

S53? Introduction à la théorie de l'information

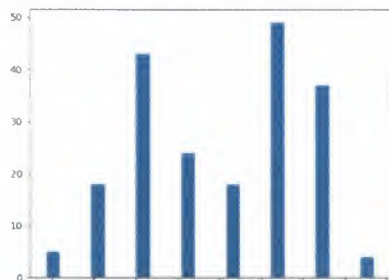
Bases du traitement de l'image ?

Examen final, UTLN, L3 informatique 2018-19- A. Paiement ; M. Ferrari et H. Glotin

2h. 4 pages. Seul support accepté : le formulaire distribué en cours. Pas de calculatrice

Partie A (11 points) (Reponses directement sur le sujet pour la plupart des questions)

Dans cet exercice, nous considérons deux manières basiques de compresser une image, avec et sans perte d'information. L'image qui nous intéresse est décrite par l'histogramme ci-dessous à gauche. Elle peut, par exemple, ressembler à l'image de droite.



Les hauteurs des barres de l'histogramme sont, de gauche à droite : 5, 19, 43, 24, 19, 49, 37, 4.

1. (3 pts) On peut considérer que l'image a été générée par une source, c.à.d. par tirages successifs d'une variable aléatoire. Commençons par caractériser cette source :

a. Quels sont les alphabets possibles pour cette source ? Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> {Noir ; Blanc} | <input type="checkbox"/> {0 ; 1} |
| <input type="checkbox"/> {Noir ; Gris ; Blanc} | <input type="checkbox"/> {5 ; 19 ; 43 ; 24 ; 19 ; 49 ; 37 ; 4} |
| <input type="checkbox"/> {Noir ; Gris1 ; ... ; Gris6 ; Blanc} | <input type="checkbox"/> {4 ; 5 ; 19 ; 24 ; 37 ; 43 ; 49} |
| <input type="checkbox"/> {A ; B ; C ; D ; E ; F ; G ; H} | <input type="checkbox"/> {H ; G ; F ; E ; D ; C ; B ; A} |

b. On encode les pixels avec des mots de taille fixe. Combien de bits faut-il alors utiliser pour encoder la valeur d'un pixel ? Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1.58 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2.69 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> $\log_2(2)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(3)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(8)$ |
| <input type="checkbox"/> $\sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $-\sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $\sum_i (p_i) / p_i$ | <input type="checkbox"/> $-\sum_i (p_i) / p_i$ |

c. Calculez la distribution de probabilité de la source et présenter les probabilités dans une table, avec 2 chiffres significatifs.

d. Quelle est l'entropie de la source ? Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1.58 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2.69 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> $\log_2(2)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(3)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(8)$ |
| <input type="checkbox"/> $\sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $-\sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $\sum_i (p_i) / p_i$ | <input type="checkbox"/> $-\sum_i (p_i) / p_i$ |

e. Quelle est l'entropie maximale d'une image pouvant être générée par cette source ? Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1.58 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2.69 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> $\log_2(2)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(3)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> $\log_2(8)$ |
| <input type="checkbox"/> $\sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $-\sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $\sum_i (p_i) / p_i$ | <input type="checkbox"/> $-\sum_i (p_i) / p_i$ |

f. A quoi ressemblerait une telle image d'entropie maximale ? Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> Elle serait toute noire | <input type="checkbox"/> Elle serait toute grise | <input type="checkbox"/> Elle serait toute blanche |
|--|--|--|
- Elle contiendrait des pixels noirs et blancs uniquement, en quantités égales
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Elle contiendrait une même quantité de chaque couleur de pixel | |
| <input type="checkbox"/> Ses pixels seraient organisés en séquences régulières de couleurs | |
| <input type="checkbox"/> Son histogramme serait vide | <input type="checkbox"/> Son histogramme serait plat |
| <input type="checkbox"/> Son histogramme formerait une gaussienne | <input type="checkbox"/> On ne peut pas prédire la forme de son histogramme |

2. (4 pts) Revenons à notre image de départ. Nous souhaitons réduire le nombre de bits nécessaires pour encoder l'image, en utilisant le principe de la discrétisation.

a. De quel type de discrétisation pouvons-nous nous servir ? Reliez chaque type de discrétisation à son ou ses effet(s) :

- | | |
|--|---|
| Echantillonnage <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> Réduit la place prise par un bit |
| | <input type="checkbox"/> Réduit le nombre de pixels à encoder |
| Quantification <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> Réduit le nombre de bits nécessaires pour encoder un pixel |

b. Supposons que nous souhaitons préserver la résolution spatiale de l'image. Proposez une méthode pour discrétiser l'image, en précisant le nombre de classes que vous créeriez. Expliquez votre choix.

Nom de la méthode :

Nombre de classes :

Principe de fonctionnement en 2 phrases maximum sur votre copie.

Justification en 2 phrases maximum sur votre copie.

c. Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- La méthode que j'ai proposée est la méthode optimale.
- La méthode que j'ai proposée est la seule méthode possible.
- J'aurais pu proposer d'autres méthodes tout aussi pertinentes
- Le nombre de classes que je propose d'utiliser est optimal.
- Le nombre de classes que je propose d'utiliser est le seul possible.
- J'aurais pu proposer d'autres nombres de classes tout aussi pertinents

d. Quelle est la taille de l'image obtenue, en bits, dans l'hypothèse où 4 classes sont utilisées pour discrétiser ? Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 200 | <input type="checkbox"/> $200 * 2$ | <input type="checkbox"/> $200 * 4$ | <input type="checkbox"/> $200 * 8$ |
| <input type="checkbox"/> 100 | <input type="checkbox"/> $100 * 2$ | <input type="checkbox"/> $100 * 4$ | <input type="checkbox"/> $100 * 8$ |
| <input type="checkbox"/> 50 | <input type="checkbox"/> $50 * 2$ | <input type="checkbox"/> $50 * 4$ | <input type="checkbox"/> $50 * 8$ |
| <input type="checkbox"/> $200 * \log_2(2)$ | <input type="checkbox"/> $200 * \log_2(3)$ | <input type="checkbox"/> $200 * \log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> $200 * \log_2(8)$ |
| <input type="checkbox"/> $100 * \log_2(2)$ | <input type="checkbox"/> $100 * \log_2(3)$ | <input type="checkbox"/> $100 * \log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> $100 * \log_2(8)$ |
| <input type="checkbox"/> $50 * \log_2(2)$ | <input type="checkbox"/> $50 * \log_2(3)$ | <input type="checkbox"/> $50 * \log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> $50 * \log_2(8)$ |
| <input type="checkbox"/> $200 * \sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $-200 * \sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $200 * \sum_i (p_i) / p_i$ | <input type="checkbox"/> $-200 * \sum_i (p_i) / p_i$ |
| <input type="checkbox"/> $100 * \sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $-100 * \sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $100 * \sum_i (p_i) / p_i$ | <input type="checkbox"/> $-100 * \sum_i (p_i) / p_i$ |
| <input type="checkbox"/> $50 * \sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $-50 * \sum_i p_i(p_i)$ | <input type="checkbox"/> $50 * \sum_i (p_i) / p_i$ | <input type="checkbox"/> $-50 * \sum_i (p_i) / p_i$ |

e. Dans l'hypothèse où 4 classes (d'amplitudes égales) sont utilisées pour discrétiser, calculez l'information mutuelle entre l'image originale et l'image compressée (on les suppose bien alignées).

f. Calculez l'information mutuelle maximale entre l'image originale et une image identique.

g. Comparez les valeurs obtenues aux deux questions précédentes. Sélectionnez toutes les bonnes réponses :

- L'image originale et l'image discrétisée sont corrélées.
- L'image originale et l'image discrétisée ne sont pas corrélées.
- L'image originale et l'image discrétisée sont maximalement corrélées.
- L'image originale et l'image discrétisée ne partagent pas d'information.
- L'image originale et l'image discrétisée partagent toute leur information.
- L'image originale et l'image discrétisée partagent de l'information.

a. Cette compression est-elle avec ou sans pertes d'information ? Expliquez pourquoi, en considérant par exemple les réponses aux 3 questions précédentes. (2 phrases maximum)

3. (4 pts) Nous allons maintenant appliquer le codage de Huffman pour compresser l'image.

- a. Dessinez l'arbre et proposez un code (utiliser une feuille blanche annexe pour le dessin de l'arbre).
- b. Quelle est la taille de l'image obtenue après application du code ?
- c. Cette compression est-elle avec ou sans pertes d'information ? Justifiez en 2 phrases maximum.

Partie B (9 points)1. Code de Huffman (4 points)

Soit X prenant ses valeurs dans $\{0,1,2,3,4,5\}$ avec les probabilités 0.25, 0.25, 0.2, 0.1, 0.1, 0.1 respectivement.

- Donner les encodages de X avec le code de Huffman utilisant un dictionnaire binaire (0 ou 1).
- Donner les encodages de X avec le code de Huffman utilisant un dictionnaire ternaire (0,1 ou 2).

2. Entropie (3 points)

Soit X_1 et X_2 deux variables aléatoires discrètes tirées en accord avec les fonctions de masse p_1 et p_2 sur les alphabets $X_1 = \{1,2,\dots,m\}$ et $X_2 = \{m+1,m+2,\dots,n\}$.

Soit X valant X_1 avec une probabilité r et X_2 avec une probabilité $1-r$.

- Donner l'entropie $H(X)$ en fonction de $H(X_1)$, $H(X_2)$ et r .
- En maximisant $H(X)$ par rapport à r , montrer que $2^{H(X)} \leq 2^{H(X_1)} + 2^{H(X_2)}$
- Interpréter ce résultat

3. Entropie jointe (2 points)

Soit (e1) :

$$H(X | Y) = H(X, Y) - H(Y)$$

Soit (e2) :

$$H(X | Y) = - \sum_i \sum_j p(x_i, y_j) \log p(x_i | y_j)$$

Démontrer (e2) en dérivant (e1).

I62, POO & IHM : partie IHM

22 mai 2019

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales*. Chaque réponse doit être accompagnée d'une *justification*, dans le cas contraire elle sera purement et simplement ignorée. Polycopie sur tkinter autorisé. Le barème est donné à titre indicatif. Durée 1 h.

Exercice 1. [5 pts] Interaction et ergonomie

- [1,5 pts] Les retours d'information sonores présentent des intérêts et des inconvénients. Donner un point positif et un point négatif de l'usage de retour d'information sonore dans une interface.
- [1,5 pts] Dans le contexte d'un calendrier numérique, concernant le choix d'une heure on peut utiliser les widgets `combobox`, `entry` ou `radiobutton`. Donner les avantages et les inconvénients de chacun.
- [2 pts] Pour chacun des styles d'interaction suivant, donner *un* point positif *et un* point négatif en les justifiant :
 - langage de commande,
 - interface à base de formulaire,
 - interface à base de question-réponse,
 - interface à base de menu,

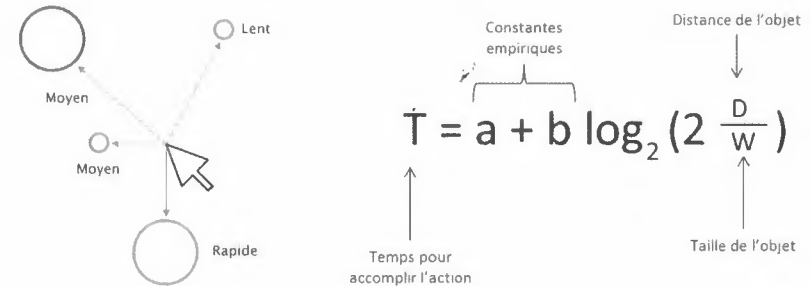
Exercice 2. [5 pts] Loi de Fitts

Édictée en 1954 par le psychologue Paul Fitts, cette loi permet de modéliser mathématiquement le temps nécessaire pour accomplir l'action qui consiste à pointer sur un objet cible (et par extension le fait de cliquer sur un bouton virtuel par exemple).

Avec la mesure de la taille de l'objet cible et de son éloignement du point de départ de l'action, le modèle de Fitts permet de calculer la facilité avec laquelle une personne peut effectuer la même action avec un objet cible différent (de taille et d'éloignement différents).

Les enseignements du modèle de Fitts dans le domaine informatique peuvent se résumer ainsi :

- les boutons et autres éléments cliquables sont plus faciles à trouver s'ils sont d'une taille raisonnable,
- les bords et les coins d'un écran sont particulièrement faciles à trouver car le pointeur de la souris « bloque » sur ces limites même si on continue de bouger le curseur,
- le risque d'erreur (de cliquer à côté) augmente proportionnellement avec la distance que la souris doit parcourir pour atteindre le point cliquable.



- [1 pt] Quelles sont les fonctionnalités de l'interface qui garantissent le bon déroulement d'une expérience statistique, sur un échantillon représentatif, sur cette loi?
- [2 pts] Donner le code Python, qui inclut le module `tkinter`, permettant la création et l'affichage d'un cercle de taille et de position aléatoires mais néanmoins compatibles avec l'expérience.
- [2 pts] Donner le code Python qui permet la mise en place d'un binding avec un cercle ainsi que le code de la fonction associée.

I63: Théorie des langages et compilation
Contrôle terminal - session 2
Licence Infomartique

2019 (semestre 2) - Durée : 2h00

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits.
 - Le barème est donné à titre indicatif
 - Toutes les réponses doivent être justifiées
-

EXERCICE 1. Questions de cours (4 pts)

1. Quelles sont les différentes phases du processus de compilation d'un langage de programmation quelconque ainsi que leurs rôles ?
2. Le compilateur gcc est écrit en C. Comment cela est-il possible ?

EXERCICE 2. L'outil make (2 pts)

```
mini.exe : scan.o expr.o symb.o  
          gcc ^ -o mini.exe -lfl
```

```
scan.o : scan.c  
         gcc -c scan.c
```

On considère le `makefile` ci-contre. On suppose tous les fichiers déjà compilés et à jour.

```
expr.o : expr.c  
        gcc -c expr.c
```

1. Quelles cibles seront recompilées si l'on exécute la commande `make` après avoir modifié le fichier `symb.c`?

```
symb.o : symb.c  
        gcc -c symb.c
```

2. Même question avec le fichier `scan.lex`.

```
scan.c : scan.lex expr.h  
        flex -o scan.c scan.lex
```

3. Même question avec le fichier `expr.y`.

```
expr.h : expr.c
```

```
expr.c : expr.y  
        bison -d -o expr.c expr.y
```

EXERCICE 3. Expressions Régulières (2 pts)

Donner des définitions régulières des langages suivants:

1. les chaînes sur $\Sigma = \{a, b\}$ contenant la chaîne ab exactement deux fois;
2. $L = \{a^i b^j \mid i \neq j \pmod{2}\}$.

EXERCICE 4. Automates (7 pts)

On considère l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Pour un entier, n positif, on note A_n , l'automate ayant $\{0, 1, \dots, n-1\}$ pour ensemble d'états, avec 0 pour unique état initial et final, et une fonction de transition δ définie par:

$$\forall q \in \{0, \dots, n-1\}, \forall c \in \{0, 1\}, \delta(q, c) = (q \times 2 + c) \pmod n.$$

Pour tout langage L , on rappelle que le langage des suffixes de L est défini par :

$$Suff(L) = \{v \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^*, uv \in L\}.$$

1. Quel est le langage des suffixes de $L = \{aabba, baba\}$?
2. Démontrer que si L est reconnu par un automate fini déterministe $\mathcal{A} = (Q, q_0, F, \Sigma, \delta)$ alors $Suff(L)$ est également reconnu par un automate fini et donner une construction de l'automate.
3. Dessiner l'automate de X_4 .
4. Minimiser X_4 à l'aide de l'algorithme de Moore (décrire les différentes étapes).
5. Déduire des 3 questions précédentes un automate non déterministe pour le langage $Suff(X_4)$.
6. Déterminer l'automate précédent à l'aide de l'algorithme de construction des sous-ensembles (décrire les étapes de l'algorithme sous forme de table).
7. Donner une expression régulière décrivant $Suff(X_4)$.

EXERCICE 5. Grammaire (5 pts) Soit A un non-terminal d'une grammaire G . On dit que A est une variable effaçable si $A \rightarrow^* \epsilon$.

1. Soit G la grammaire $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$. Écrire une grammaire équivalente $G' = \{T', N', S', P'\}$ telle que:
 - S' n'apparaît dans aucun des seconds membres des productions de G' ;
 - La seule variable effaçable de G' est S' .
2. Donner un algorithme permettant de construire l'ensemble $E_\epsilon = \{X \mid X \rightarrow^+ \epsilon\}$ où X est un non-terminal.
(**indication:** Calculer les ensembles $E_i = \{X : X \rightarrow^i \epsilon\}$)
3. Donner un algorithme pour convertir une grammaire quelconque en une grammaire dont l'axiome n'apparaît dans aucun des seconds membres des productions et la seule variable effaçable est (éventuellement) l'axiome.
4. Appliquer l'algorithme à la grammaire:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ACA \\ A &\rightarrow aAaD \mid B \mid C \\ B &\rightarrow bB \mid b \\ C &\rightarrow cS \mid \epsilon \\ D &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$