

COURS, TD et DOCUMENTS INTERDITS

CALCULATRICES AUTORISEES

PORTABLES STRICTEMENT ETEINTS

DUREE 1h30

EXERCICE 1 (6 points)*Les parties 1 et 2 sont indépendantes.*Une charge $q = - 10 \mu\text{C}$ est placée au point O d'un axe Ox .Partie 1 :Cette charge crée en deux points A et B d'abscisses respectives x_A et x_B , toutes deux négatives, les potentiels respectifs V_A et V_B .On mesure la différence de potentiel $\Delta V = V_B - V_A = + 80 \cdot 10^5 \text{ V}$

- 1) Quel est, de A ou de B, le point le plus éloigné de O ? (justifier la réponse)
- 2) Sachant que l'une des distances est 9 fois plus grande que l'autre, déterminer les abscisses respectives x_A et x_B . (On donne $K = 9 \cdot 10^9 \text{ U.S.I.}$)

Partie 2 :On place au point C d'abscisse $x_C = +15\text{cm}$ de l'axe Ox une charge q' .Déterminer la valeur de q' pour que le champ électrique créé par les charges q et q' au point D d'abscisse $x_D = 10 \text{ cm}$ soit nul.**EXERCICE 2 (8 points)**Un cylindre considéré comme infini, de rayon R, est uniformément chargé en volume avec une densité volumique $\rho = \text{Cte} > 0$.

- 1) En utilisant le théorème de Gauss et en détaillant les étapes de la démarche, déterminer le champ électrique qu'il crée en tout point intérieur ou extérieur au cylindre, à une distance r quelconque de son axe. Tracer le graphe $E(r)$.
- 2) En déduire le potentiel créé par le cylindre en tout point de l'espace en fixant l'origine de ce potentiel sur l'axe du cylindre.

EXERCICE 3 (6 points)

Soit un fil vertical infini, très mince, parcouru par un courant constant I. Trouver l'expression du champ magnétique créé par ce courant à une distance r du fil en utilisant la formule de Biot et Savart.

Un schéma devra expliciter toutes les notations employées.

Université de Toulon

Licence L2 Math. M43. 8 Avril 2016

Examen de Probabilités 1:ère session

Avertissement: Durée: 2h. Les documents personnels et les calculettes sont autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [4pts]: 8 amis comparent le jour de la semaine de leur anniversaire en 2016: l'anniversaire peut tomber un Lundi, un Mardi, etc... Les 7 jours sont équiprobables.

- 1) Soit A l'événement: "au moins 2 d'entre eux sont nés le même jour". Calculer $P(A)$.
- 2) Soit B l'événement: "au moins 3 d'entre eux sont nés le même jour". Calculer $P(B)$.
- 3) Soit C l'événement: "au plus 2 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $P(C)$.
- 4) Soit D l'événement: "au moins 4 d'entre eux sont nés un jour différent". Calculer $P(D)$.

[On pourra chercher le nombre de partitions d'un ensemble à 8 éléments en 2 ou 3 sous-ensembles non vides.]

Exercice 2 [4pts] Une compagnie aérienne remarque qu'en moyenne 5% des réservations sur un vol donné ne sont pas utilisées. Elle vend 84 billets ("sur-réservation"). Soit X le nombre de désistements. X suit donc une loi binômiale $B(84; 0.05)$

- 1) Il n'y a que 81 places sur ce vol. Calculer la probabilité que tous les passagers soient admis.
- 2) Admettant que l'on peut approximer la loi binômiale $B(n, p_n)$ par la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda_n)$ avec $\lambda_n = np_n$ lorsque $n \geq 30$, $p_n \leq 0.1$, $np_n \leq 15$, donner une valeur approchée de $P(X = j)$, $j = 0, 1, 2$ et de $P(X \geq 3)$.
- 3) Chaque billet est vendu 100EUR. La compagnie doit non seulement rembourser, mais verser une pénalité de 100EUR à tout client qu'elle aurait refusé à bord du vol en sur-réservation. Toujours dans l'approximation par loi de Poisson, quelle est l'espérance de gain supplémentaire de la compagnie par ce procédé ?

Exercice 3 [4pts]

- 1) On lance 2 des non pipés. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double, sachant que la somme des points est au moins égale à 9 ?
- 2) On lance 3 des non pipés. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un double, sachant que la somme des points est égale à 9 ?

Exercice 4 [5pts]:

1) Une urne contient 3 boules N (noir) et 4 boules R (rouge). On effectue 3 tirages avec remise.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une R?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une R? exactement deux R?

2) On effectue cette fois 3 tirages sans remise.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une R?

b) Soit X le nombre de boules R obtenues. Déterminer la loi de X . Calculer son espérance.

3) On rajoute 3 boules B (blanc) à l'urne, et on effectue 3 tirages avec remise. Calculer la probabilité d'obtenir 2N, 1R, 0B (dans un ordre quelconque) [On pensera à une loi multinomiale].

Exercice 5 [4 pts]: Une urne contient 4 jetons numérotés de 1 à 4. On effectue 2 tirages, les variables aléatoires donnant le numéro du jeton étant notées X_1 et X_2 respectivement.

1) Pour des tirages avec ou sans remise, déterminer les lois du couple (X_1, X_2) , et leurs lois marginales. Conclusion?

2) Pour des tirages avec ou sans remise, déterminer la loi de $X = X_1 + X_2$.

3) Calculer dans chacun des cas $E(X_1 + X_2)$, et $\sigma^2(X_1 + X_2)$. Conclusion?