I31 ? **L2 Informatique - Algorithmique - Session 2**

jeudi 30 juin 2016. 13h30-15h30. X 300.

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales* et vous devez *justifier* vos réponses. Documents interdits. Durée 2h00. Le barème indiqué est *approximatif*.

Exercice 1. [3pts] Soit q un nombre réel. Calculez la somme des n premières puissances de q, i.e. pour $i \in [0, n-1]$, que vaut cette somme si $q = 1$? Soit n un entier naturel. Combien existe-t-il de séquences binaires de poids de Hamming k, $0 \leq k \leq n$? Justifiez vos réponses.

Exercice 2. [5pts] On dispose d'une liste L *croissante* de n valeurs réelles $a_1, a_2, \ldots, a_n$ strictement positives. Un *indice barycentrique* de la liste L est un entier k qui minimise la quantité

$$\left| \sum_{i=k+1}^{n} a_i - \sum_{i=1}^{k} a_i \right|. \tag{1}$$

L'entier k est-il unique ? Écrivez un algorithme `Barycentre(L)` qui renvoie un indice barycentrique. Quelle est la complexité de votre algorithme ?

Utilisez `Occurences(L,x)` pour écrire un algorithme `Majoritaire(L)` qui renvoie l'élément majoritaire de la liste L s'il existe et 0 sinon. On supposera donc que la liste ne contient pas la valeur nulle. Quelle est la complexité de votre algorithme (justifiez) ?

Exercice 3. [2pts] Transformez le tableau $T = [3, 1, 6, 2, 4, 5, 7]$ en tas en décomposant votre travail. L'indexation du tableau commence à 1. Quel est l'indice de la première valeur à laquelle il faut appliquer l'algorithme `Tamiser` ?

Exercice 4. [4pts] Soient $u = u_1 u_2 \ldots u_n$ et $v = v_1 v_2 \ldots v_m$ deux mots sur un alphabet A. On dit que u est une *portion* de v, s'il existe un entier k tel que $1 \leq k \leq m - n + 1$ et $\forall i \in [1, n]$, $u_i = v_{k+i-1}$. Combien y-a-t-il de portions de longueur n d'un mot de longueur m ? Écrivez un algorithme `EstPortion(u,v)` qui renvoie `vrai` si u est une portion de v et `faux` sinon. On notera $u[i]$ le i-ème terme de la séquence u. Estimez la complexité de cet algorithme dans le meilleur des cas et dans le pire des cas en fonction des longueurs n et m des mots u et v.

Exercice 5. [6pts] On suppose qu'une liste S contient une permutation des entiers $\{1, 2, \ldots, n\}$ et que l'indexation de la liste commence à 1. Soit k un entier, $k \geq 2$. On appelle *k-cycle* (ou cycle de longueur k) de la liste S, toute liste $[x_0, x_1, \ldots, x_{k-1}]$ d'entiers tous distincts dans $\{1, 2, \ldots, n\}$ tels que

$$\forall i \in [0, k-1], \quad S[x_i] = x_{(i+1 \bmod k)}.$$

Par exemple, la liste $[1, 8, 2]$ est un 3-cycle de la liste

$$S = [8, 1, 9, 7, 3, 6, 5, 2, 4].$$

Calculez l'autre cycle de cette liste.

Soit S une liste permutation de longueur n. Quelle est la longueur maximale d'un cycle ? Quelle liste ne contient aucun cycle ?

Écrivez un algorithme `Cycles(S)` qui renvoie la liste de tous les cycles de la liste S. Avant d'écrire votre algorithme, expliquez en français la méthode que vous allez employer. Quelle est la complexité de votre algorithme (justifiez) ?

Rappel important ! pour toutes les questions de complexité, précisez :

1. ce que désigne la/les variable(s) de la fonction de complexité T ;
2. quelles instructions vous comptabilisez et pourquoi vous les considérez représentatives de l'algorithme ;
3. s'il y a lieu de distinguer différentes complexités, meilleur des cas, pire des cas (le cas échéant, le complexité moyenne n'est pas demandée).

UNIVERSITÉ DE TOULON

EXAMEN DE P311
Session 2 2015-2016

L2 MATHSP-L2 PC- L2 SI

COURS, TD et DOCUMENTS INTERDITS

CALCULATRICES AUTORISEES

PORTABLES STRICTEMENT ETEINTS

DUREE 1h30

EXERCICE 1 *(6 points)*

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Une charge q = - 10 µC est placée au point O d'un axe Ox .

Partie 1 :

Cette charge crée en deux points A et B d'abscisses respectives x_A et x_B, toutes deux négatives, les potentiels respectifs V_A et V_B.

On mesure la différence de potentiel $\Delta V = V_B - V_A = + 80\ 10^{5}$ V

1) Quel est, de A ou de B, le point le plus éloigné de O ? (justifier la réponse)
2) Sachant que l'une des distances est 9 fois plus grande que l'autre, déterminer les abscisses respectives x_A et x_B. (On donne K = 9 10^{9} U.S.I.)

Partie 2 :

On place au point C d'abscisse x_C = +15cm de l'axe Ox une charge q'.

Déterminer la valeur de q' pour que le champ électrique créé par les charges q et q' au point D d'abscisse x_D = 10 cm soit nul.

EXERCICE 2 *(8 points)*

Un cylindre considéré comme infini, de rayon R, est uniformément chargé en volume avec une densité volumique ρ = Cte > 0.

1) En utilisant le théorème de Gauss et en détaillant les étapes de la démarche, déterminer le champ électrique qu'il crée en tout point intérieur ou extérieur au cylindre, à une distance r quelconque de son axe. Tracer le graphe E(r).
2) En déduire le potentiel créé par le cylindre en tout point de l'espace en fixant l'origine de ce potentiel sur l'axe du cylindre.

EXERCICE 3 *(6 points)*

Soit un fil vertical infini, très mince, parcouru par un courant constant I. Trouver l'expression du champ magnétique créé par ce courant à une distance r du fil en utilisant la formule de Biot et Savart.

Un schéma devra expliciter toutes les notations employées.

Université de Toulon
U.F.R. Sciences et Techniques
Epreuve : Automatique I - L2 SI

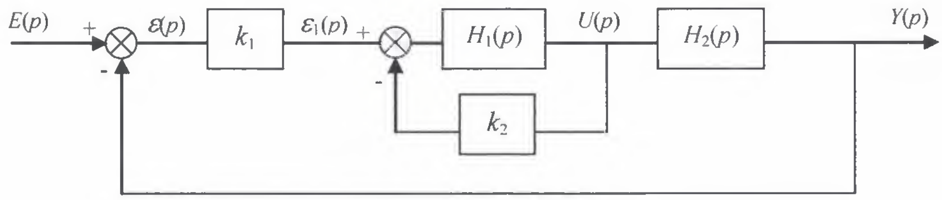
P416

Les exercices sont indépendants.

20 mai 2016
Durée 2h00
Sans document

Exercice I.

Soit le système représenté par le schéma bloc suivant :



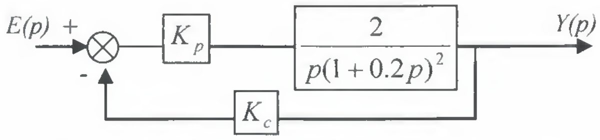
On a : $H_1(p) = \dfrac{2}{p+1}$ et $H_2(p) = \dfrac{4}{p+6}$

1. Etude de la boucle interne (asservissement de l'actionneur)
   1.1. Exprimer la fonction de transfert $H_3(p) = \dfrac{U(p)}{\varepsilon_1(p)}$.
   1.2. Régler k_2 pour que $H_3(p)$ ait son pôle égal à -5.
   1.3. Quel est l'effet de k_2 sur la rapidité du système. Quelle valeur doit-on donner à k_2 pour que le temps de réponse soit égal à 1 seconde?

2. Etude de la boucle externe (dans cette partie on fixe $k_2 = 3$)
   2.1. Déterminer la fonction de transfert de la boucle fermée $F(p) = \dfrac{Y(p)}{E(p)}$.
   2.2. Identifier les paramètres caractéristiques (coefficient d'amortissement, pulsation propre, gain statique) de $F(p)$ en fonction de k_1.
   2.3. Calculer le gain k_1 qui permet d'obtenir un coefficient d'amortissement de 0.4 (dépassement max de 25%).
   2.4. Calculer l'erreur de position lorsque la consigne est un échelon $e(t) = e_0$.
   2.5. Calculer la valeur du gain k_1 qui assurerait une erreur de position égale à 5% de la consigne e_0.

Exercice II. Etude de la stabilité d'un système

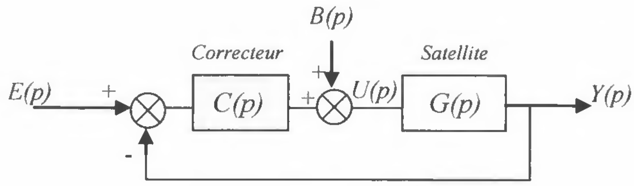
On considère l'asservissement suivant:



1. En l'absence de régulateur ($K_p = 1$), calculer la valeur du gain K_c qui confère au système une erreur vitesse de 0.1 en réponse à une rampe de pente 1 en entrée.
2. En prenant $K_c = 5$ et en utilisant le critère de Routh, calculer le gain K_p limite de stabilité.
3. La figure 1 représente le lieu de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec $K_c = 5$ et $K_p = 1$. Déterminer la valeur de K_p qui permet d'obtenir une marge de phase de 45°.

Exercice III. **Correction des Systèmes continus**

Dans ce problème on s'intéresse au positionnement d'un satellite uniquement suivant une direction donnée et en absence de toute force de frottement.
Si la position du satellite est $y(t)$ et la commande $u(t)$, alors la relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire : $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = u(t)$
Le positionnement du satellite est effectué par la boucle d'asservissement suivante :



1. Donner l'expression de G(p) (en prenant des conditions initiales nulles). Exprimer la fonction de transfert du système bouclé $F(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}$ (en prenant $C(p)=1$, $B(p)=0$).
2. Le système bouclé est-il stable?
3. On propose d'utiliser un correcteur proportionnel dérivée suivant : $C(p)=A+T_dp$. Montrer que la fonction de transfert du système corrigé peut s'écrire (avec $B(p)=0$) :
$\mathrm{F(p)}=K\frac{1+\tau p}{1+2\frac{\zeta}{\omega_0}p+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$ et donner les expressions de K, ζ, τ et ω_0.
4. Calculer la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{B(p)}$ (avec $C(p)=A+T_dp$ et $E(p)=0$). En supposant que la perturbation est de type échelon, déterminer $y(t)$ pour $t \to \infty$.

Exercice IV. Etude d'un système en boucle ouverte

On considère le système d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$ décrit par l'équation différentielle suivante:
$$\frac{1}{a}\dot{y}(t) + y(t) = \frac{1}{a}u(t), \quad a > 0$$
, conditions initiales nulles.

1. Déterminer la fonction de transfert $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$.
2. Calculer la réponse $y(t)$ à un échelon d'amplitude constante $u(t) = U_0$.
3. Calculer la valeur de $y(t)$ en régime permanent. Déduire la valeur de a permettant d'obtenir une erreur nulle en régime permanent et tracer l'allure de la réponse pour cette valeur de a (indiquer la constante de temps τ et le temps de réponse t_r).

Table de quelques Transformées de Laplace

$f(t)$	$F(p)$
a	$\frac{a}{p}$
$a.t$	$\frac{a}{p^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$

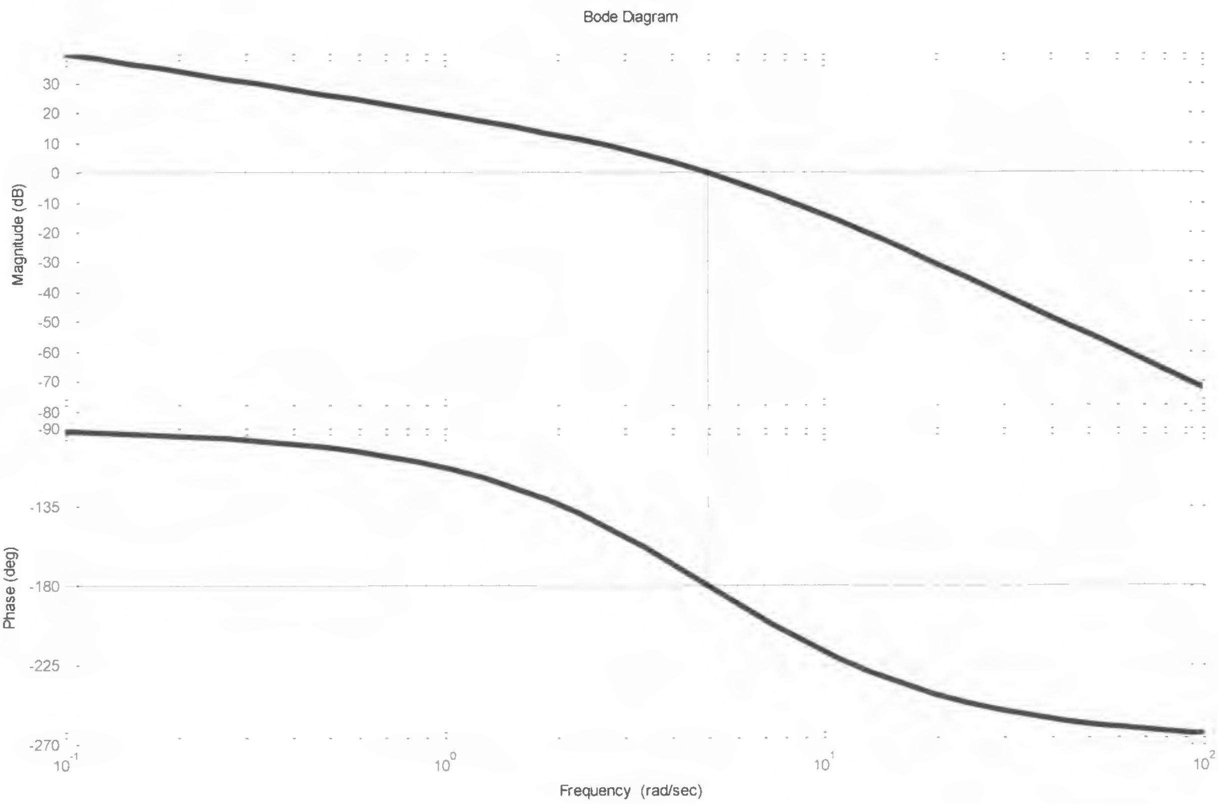


Figure 1. Tracé du lieu de Bode