

# I11: Contrôle terminal

## Licence 1 MATHS, PC, SI

---

Janvier 2017 (semestre 1) - Durée : 2h00

---

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits.
  - Le barème est donné à titre indicatif
  - Tous les scripts devront être clairement indentés et les noms de variables choisis de façon appropriée.
  - Seules les instructions et fonctions internes à Python **vues en cours** sont autorisées.
- 

### EXERCICE 1. (2 points)

On considère les déclarations de variables suivantes:

```
pi=3.1415  
L=["ex", pi, (1,2,3), ["4","5","6","7","8","9"]]
```

Donner le type et la valeur des expressions suivantes:

```
L[1],      L[0]+str(1[1]),    L[3][0]+1[3][-1][0],  
L[2][:2],  L[3][1::2],        L[-1][0]*1[2][1],
```

**EXERCICE 2.** (2 points) Écrire un script qui demande deux nombres entiers à l'utilisateur et affiche tous les nombres pairs entre ces deux nombres.

**Exemple:**

```
>>>  
Saisir un entier: 2  
Saisir un entier: 10  
2  
4  
6  
8  
10
```

**EXERCICE 3.** (2 points)

On considère le script suivant :

```
ch1=input("Entrer une chaine de caracteres: ")
ch2=input("Entrer une chaine de caracteres: ")
i=0
j=0
trouve=False
while i<len(ch1) and trouve==False:
    if ch1[i]==ch2[j]:
        j=j+1
    else:
        j=0
    if j==len(ch2):
        trouve=True
    i=i+1
print(trouve)
```

Faire une table des valeurs de ce script pour les entrées `ch1="bonjour a tous!"` et `ch2="our"` sur le modèle suivant:

i	j	ch1[i]	ch2[j]	i<len(ch1) and trouve==False	ch1[i]==ch2[j]	trouve

**EXERCICE 4.** (4 points)

1. Écrire un script qui calcule la moyenne d'une série de nombres saisie par l'utilisateur; la saisie s'arrête quand un nombre négatif est rentré.

**Exemple:**

```
>>>
Saisir un nombre: 2
Saisir un nombre: 10
Saisir un nombre: 0
Saisir un nombre: 15
Saisir un nombre: -5
Moyenne: 6.75
```

2. La distance entre deux mots est le nombre de lettres en lesquelles ils diffèrent. Par exemple la distance entre `caste` et `vaste` vaut 1, celle entre `part` et `partir` vaut 2 et celle entre `crypte` et `egyptien` vaut 5. Écrire un script qui retourne la distance entre deux mots saisis par l'utilisateur.

3. On rappelle qu'en Python une matrice est simplement une liste de listes de nombres.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [1, 2, 3], \\ [4, 5, 6], \\ [7, 8, 9] \end{bmatrix}$$

Écrire un script qui calcule la transposée d'une matrice prédéfinie `m`, c'est à dire qui inverse les lignes et les colonnes. Par exemple, la transposée de

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \text{ est } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

En python, la transposée de la matrice `[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]]` est `[[1,4,7],[2,5,8],[3,6,9]]`.

#### EXERCICE 5. (3 points)

On considère que le script et les fonctions suivantes sont écrits dans le même fichier.

1. Écrire une fonction `factoriel(n)` qui retourne la valeur  $n! = 1 \times 2 \times 3 \dots (n-1) \times n$  (par convention  $0! = 1$ ).
2. Écrire une fonction `sh(x,n)` qui retourne le flottant

$$sh(x, n) = \sum_{i=0}^n \frac{x^{2i+1}}{(2i+1)!} = \frac{x^1}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

(On pourra utiliser l'opérateur puissance de Python: `**`).

3. On admettra que la fonction `sh(x,n)` est une approximation de la fonction sinus hyperbolique `sinh(x)` quand  $n$  tend vers l'infini.

Écrire un script qui demande un entier  $p$  à l'utilisateur et affiche la plus petite valeur de  $n$  telle que  $|sh(1,n) - \sinh(1)| < 10^{-p}$  où `sinh` est une fonction du module `math` qu'il faudra importer dans votre script.

---

**EXERCICE 6.** (5 points)

On considère que le script et les fonctions suivantes sont écrits dans le même fichier. Un étudiant sera représenté en Python par un tuple contenant son nom ainsi qu'une liste de notes. Par exemple ("Thierry", [5,12,13,8,20]). Une promotion sera représentée par une liste d'étudiants.

1. Écrire une fonction `ind_minmax(l)` qui retourne un couple composé des indices du minimum et du maximum de la liste non vide d'entiers `l`. Par exemple `[10,8,10,14,14]` retournera `(1,3)`.
2. Écrire une fonction `moyenne(l)` qui retourne la moyenne arangée des notes de la liste `l` c'est-à-dire la moyenne en ommettant la meilleure et la pire note (attention, si la meilleure ou la pire note apparaissent plusieurs fois, elles ne seront ommises qu'une fois). Par exemple `moyenne([0,10,12,14,14])` retournera `12`.
3. Écrire une fonction `major(promo)` qui retourne le nom de l'étudiant de la promotion `promo` ayant la meilleure moyenne arangée.

**EXERCICE 7.** (2 points) Écrire un script qui permet de compter et d'afficher le nombre d'occurrences des bigrammes d'une chaîne de caractères prédéfinie. On rappelle qu'un bigramme est suite de deux caractères: le mot `chose` contient les bigrammes `ch,ho,os,se`.

**Exemple:** Pour la chaîne `AATATGCAAT` le script affichera:

```
AA: 2
AT: 3
TA: 1
TG: 1
GC: 1
CA: 1
```

I11: Contrôle terminal  
session 2  
Licence 1 MATHS, PC, SI

---

Juin 2017 (session 2) - Durée : 2h00

---

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits.
  - Le barème est donné à titre indicatif
  - Tous les scripts devront être clairement indentés et les noms de variables choisis de façon appropriée.
  - Seules les instructions et fonctions internes à Python **vues en cours** sont autorisées.
- 

**EXERCICE 1.** (2 points)

On considère les déclarations de variables suivantes:

```
pi=3.1415  
L=["ex", pi, (1,2,3), ["4","5","6","7","8","9"]]
```

Donner le type et la valeur des expressions suivantes:

```
L[1],      L[0]+str(L[1]),      L[3][0]+L[3][-1][0],  
L[2][:2],  L[3][1::2],          L[-1][0]*L[2][1],
```

**EXERCICE 2.** (2 points)

Écrire un script qui demande deux nombres entiers à l'utilisateur et affiche tous les nombres impairs entre ces deux nombres.

**Exemple:**

```
>>>  
Saisir un entier: 3  
Saisir un entier: 11  
3  
5  
7  
9  
11
```

**EXERCICE 3.** (2 points)

On considère le script suivant

```
n=int(input("entrer un nombre ? "))
while (n>0):
    print(n%10)
    n = n//10
```

1. Faire une table des valeurs de ce script pour  $n = 45021$

$n$	$n > 0$	Ecran

2. Écrire un script qui affiche la somme des chiffres décimaux d'un entier  $n$  lu en entrée.

**EXERCICE 4.** (4 points)

1. Écrire un script qui calcule et affiche la somme des nombres pairs et la somme des nombres impairs d'une liste d'entiers `list_nbr` prédéfinie. Par exemple, pour la liste `list_nbr=[1,2,4,9,2,7]` le script calculera  $1+9+7=17$  et  $2+4+2=8$ .
2. La distance entre deux mots est le nombre de lettres en lesquelles ils diffèrent. Par exemple la distance entre `caste` et `vaste` vaut 1, celle entre `part` et `partir` vaut 2 et celle entre `crypte` et `egyptien` vaut 5. Écrire un script qui retourne la distance entre deux mots saisis par l'utilisateur.

**EXERCICE 5.** (4 points)

On considère que le script et les fonctions suivantes sont écrits dans le même fichier.

1. Écrire une fonction `factorielle(n)` qui retourne  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ .
2. Écrire une fonction `binomial(n,k)` qui retourne la valeur du coefficient binomial  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .
3. Écrire un script qui demande un entier  $n$  à l'utilisateur et affiche le polynome  $(X+1)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}X + \dots + \binom{n}{n-1}X^{n-1} + \binom{n}{n}X^n$ .

Par exemple, pour  $n = 4$  le script affichera:

```
>>>
4
(X+1)^4 = X^4 + 4X^3 + 6X^2 + 4X + 1
```

---

**EXERCICE 6.** (6 points)

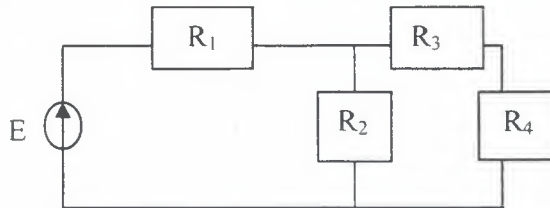
On considère que le script et les fonctions suivantes sont écrits dans le même fichier. Un point du plan sera représenté par un tuple de deux flottants. Notons  $P$  un tel tuple, ses coordonnées  $x$  et  $y$  seront donc données respectivement par  $P[0]$  et  $P[1]$ . On définit la distance entre deux points  $P_1 = (x_1, y_1)$  et  $P_2 = (x_2, y_2)$  par

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

1. Écrire l'instruction permettant d'importer la fonction `sqrt` du module `math`.
2. Écrire une fonction `Distance(P1,P2)` qui retourne la distance entre les points  $P_1$  et  $P_2$ .
3. On décide de représenter un cercle par une liste composé d'un point et d'un flottant représentant son rayon. Par exemple le cercle de centre  $(1, 0)$  et de rayon 1.5 sera représenté par  $C = [(1, 0), 1.5]$ .  
Écrire une fonction `EstDansCercle(P,C)` qui retourne `True` si le point  $P$  est à l'intérieur du cercle  $C$  (c'est-à-dire qu'il est à distance du centre inférieure ou égale au rayon) et `False` sinon.
4. On considère une liste de cercle `list_cercles` et un point  $P$  prédéfinis. Écrire un script qui affiche le cercle de plus petit rayon de la liste contenant le point  $P$ .

**Electrocinétique** (6 points)

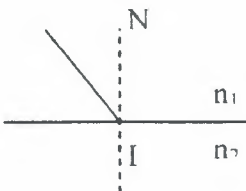
Un étudiant a monté en TP un générateur dont la f.e.m. est réglée à  $E = 48V$  pour alimenter quatre résistances  $R_1 = 48\Omega$  ;  $R_2 = 80\Omega$  ;  $R_3 = 50\Omega$  et une résistance inconnue  $R_4$ , sur une table de câblage en respectant le schéma électrique ci-dessous.



- 1) On lui demande de mesurer l'intensité délivrée par ce générateur. Refaire un schéma précisant la position et la façon de monter l'ampèremètre nécessaire à cette mesure.
- 2) L'ampèremètre affiche 500mA. Que peut-il déduire de la valeur de cette intensité ? En appliquant quelle loi ?
- 3) Exprimer la résistance équivalente au montage en fonction de  $R_4$  et calculer sa valeur.
- 4) En utilisant la division de courant, calculer l'intensité qui circule dans  $R_4$ .

**Optique I** (2 points)

Un rayon incident tombe à la surface de séparation de deux milieux d'indices  $n_1 = 1,6$  et  $n_2 = \frac{4}{3}$ .



- 1) Le rayon va se réfracter en s'éloignant ou en se rapprochant de la normale IN?
- 2) Le rayon d'incidence  $0^\circ$  est-il dévié ?
- 3) Calculer l'angle de réfraction correspondant à une incidence de  $36^\circ$ .
- 4) Calculer l'angle d'incidence correspondant à une réfraction de  $89^\circ$
- 5) Que se passe-t-il pour un rayon d'incidence  $60^\circ$  ?

**Optique II** (4 points)

- 1) Où doit-on placer un objet pour que son image à travers une lentille convergente (de distance focale image  $f'$ ) soit virtuelle ?
- 2) A quelle(s) distance(s) d'un objet faut-il placer une lentille divergente de distance focale  $f' = -6$  cm pour obtenir une image de dimension double de celle de l'objet ? Préciser la nature de l'objet.
- 3) On associe une lentille  $L_1$  de vergence  $-10 \delta$  et de centre  $O_1$  à une lentille  $L_2$  de distance focale  $f'_2 = 5$  cm et de centre  $O_2$ . La lentille  $L_2$  est située à 20 cm à droite de la lentille  $L_1$ . Construire **sur un même schéma** les rayons issus d'un objet AB situé à 5 cm à droite de la lentille  $L_1$  permettant d'obtenir  $A_1B_1$  (image de AB à travers  $L_1$ ) puis  $A'B'$  (image de  $A_1B_1$  à travers  $L_2$ ) [on recommande de prendre pour échelle horizontale 1:2].



**Mécanique (8 points)**

---

- 1) Un cycliste s'est mis au défi de parcourir 120 km en moins de 4 heures, mais son circuit est très vallonné et il réalise qu'il lui a déjà fallu une heure quarante pour faire le premier quart du parcours. Quelle devra être sa vitesse moyenne minimum sur le restant du parcours s'il veut réaliser son défi ?
- 2) Un cheval de trait tire un tronc d'arbre ayant une masse de 400 kg sur une pente légèrement descendante, inclinée de  $10^\circ$ . La corde qui relie le tronc au cheval forme un angle  $\theta=20^\circ$  par rapport à la surface du sol. Les forces de frottement entre le tronc et le sol sont de la forme  $\vec{f} = -k\vec{v}$  où  $\vec{v}$  représente la vitesse et  $k$  le coefficient de frottement avec  $k=434 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$  (on donne l'accélération de pesanteur  $g=9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ).
- a- Représenter sur un schéma l'ensemble des forces extérieures qui s'exercent sur le tronc d'arbre en respectant leurs points d'application respectifs.
- b- Si le cheval exerce une force de 200 N sur la corde, quelle sera l'accélération du tronc (initialement immobile) à l'instant où le cheval commence à tirer sur la corde ?
- c- Le tronc atteindra-t-il ensuite une vitesse limite et si oui, calculer cette vitesse limite.
- 3) Deux enfants jouent dans la cour d'un immeuble. Le premier lance vers le haut une balle depuis le jardin avec une vitesse initiale  $v_0^A$ , le deuxième, situé au 6<sup>e</sup> étage (20 m de haut) lâche au même moment une autre balle sans vitesse initiale. A partir de la RFD, déterminer la vitesse avec laquelle le premier enfant doit lancer la balle vers le haut pour que les deux balles retombent au même moment ?

I21: Algorithmique  
Contrôle terminal - session 1  
Licence 1 MATHS, SI

---

2017 (semestre 2) - Durée : 2h00

---

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits.
  - Le barème est donné à titre indicatif
  - Toutes les réponses doivent être justifiées
- 

**EXERCICE 1.** (3 points)

Pour chaque paire de fonctions  $f$  et  $g$ , dire si  $f = O(g)$ ,  $g = O(f)$  et  $f = \Theta(g)$ :

1.  $f(n) = n \log(n^2)$ ,  $g(n) = \log(n)n^2$
2.  $f(n) = (n+1)(n-1)(n+2)$ ,  $g(n) = \frac{(n^2+1)(n^2-4)}{100}$
3.  $f(n) = 2^n$ ,  $g(n) = 2^{n-2}$
4.  $f(n) = n + \sqrt{n}$ ,  $g(n) = n + \log(n)$
5.  $f(n) = n!$ ,  $g(n) = n^2(n-2)!$
6.  $f(n) = 1 + 2 + \dots + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ ,  $g(n) = (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1) + (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 2) + \dots + n$

**EXERCICE 2.** (4 points)

Faire une preuve d'arrêt et donner la complexité des deux boucles suivantes:

---

```
1 BOUCLE 1
2   DEBUT
3     i ← 1
4     TQ i ≤ n FAIRE
5       j ← 1
6       TQ j*j*j ≤ n
7         j ← j+1
8     FTQ
9     i ← i+1
10    FTQ
11    FIN
```

---

---

```
1 BOUCLE 2
2   DEBUT
3     i ← 1
4     j ← n
5     TQ i ≤ j FAIRE
6       i ← i*2
7       j ← ⌊j/2⌋
8     FTQ
9     FIN
```

---

**EXERCICE 3.** (5 points)

1. Écrire un algorithme  $\text{Min2}(T, \text{fin})$  qui retourne les indices des deux plus petits éléments d'un tableau de taille  $n$  (on supposera que  $n \geq 2$ ) entre les indices 1 et  $\text{fin}$ .

- 
2. Combien de comparaisons sont effectuées dans les meilleurs et pire cas (en fonction de la valeur **fin**)? Quelle est la complexité de l'algorithme ?
  3. Écrire un algorithme **Tri2Selection(T)** qui tri un tableau de taille **paire**  $n \geq 2$ , à l'aide de l'algorithme précédent.
  4. Quelle la complexité de l'algorithme ?

**EXERCICE 4.** (4 points)

1. Écrire un algorithme de complexité  $\Theta(n)$  **NegatifPositif(T)** qui traite un tableau d'entiers de taille  $n$  et range tous les entiers négatifs ou nuls à gauche du tableau et tous les nombres strictement positifs à droite.
2. On considère un tableau rangé par l'algorithme précédent. Écrire un algorithme en  $O(\log(n))$  qui retourne le nombre d'éléments positifs du tableau.

**EXERCICE 5.** (4 points)

1. Rappeler les procédures standards de manipulation des piles et des files ainsi que leurs complexités.
2. Expliquer comment simuler une file à l'aide de deux piles et donner la complexité des opérations standards dans ce cas.

I21: Algorithmique  
Contrôle terminal - session 2  
Licence 1 MATHS, SI

---

2017 (semestre 2) - Durée : 2h00

---

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits.
  - Le barème est donné à titre indicatif
  - Toutes les réponses doivent être justifiées
- 

**EXERCICE 1.** (3 points)

Pour chaque paire de fonctions  $f$  et  $g$ , dire si  $f = O(g)$ ,  $g = O(f)$  et  $f = \Theta(g)$ :

1.  $f(n) = n \log(n^2)$ ,  $g(n) = n^2$
2.  $f(n) = n^5 - 4n^4$ ,  $g(n) = \frac{(n^4+1)}{10}$
3.  $f(n) = 2^{2n}$ ,  $g(n) = 2^n$
4.  $f(n) = n + \sqrt{n}$ ,  $g(n) = n + \log(n)$
5.  $f(n) = (n-1)!$ ,  $g(n) = n(n-2)!$
6.  $f(n) = n + 2n + 3n + \dots + n^2$ ,  $g(n) = n^3$

**EXERCICE 2.** (4 points)

Faire une preuve d'arrêt et donner la complexité des deux boucles suivantes:

---

```
1 BOUCLE 1
2   DEBUT
3     i, j ← 1, n
4     TQ i ≤ j FAIRE
5       SI 2|i ALORS
6         j ← j+1
7       FSI
8       i ← i+1
9     FTQ
10    FIN
```

---

---

```
1 BOUCLE 2
2   DEBUT
3     i ← 1
4     j ← n
5     TQ i ≤ j FAIRE
6       j ← ⌊j/2⌋
7     FTQ
8     FIN
```

---

---

**EXERCICE 3.** (5 points)

1. Écrire, au choix, un des 3 algorithmes de tris vu en cours et prouver sa complexité.
2. Écrire un algorithme itératif qui retourne **VRAI** si une chaîne de caractères est un palindrome et **FAUX** sinon. Analyser sa complexité en meilleur et pire cas. Les deux complexités doivent être différentes.

**EXERCICE 4.** (4 points)

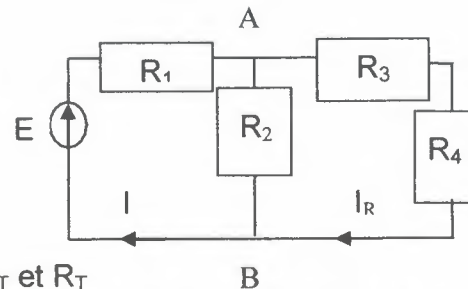
1. Rappeler les complexités des algorithmes de recherche séquentielle et par dichotomie.
2. On considère un tableau contenant  $n$  éléments valant soit **NOIR** soit **BLANC** rangé par couleur (les éléments noir en premier et on admet qu'il contient toujours les deux couleurs). Écrire un algorithme de complexité  $\log(n)$  (en justifiant) qui retourne le nombre d'éléments noirs.

**EXERCICE 5.** (4 points)

1. Rappeler les procédures standards de manipulation des piles et des files ainsi que leurs complexités.
2. Expliquer comment simuler une file à l'aide de deux piles et donner la complexité des opérations standards dans ce cas (cela veut dire en particulier qu'il faut réécrire les procédures standards).

**COURS, TD et DOCUMENTS INTERDITS**
**CALCULATRICES AUTORISEES**
**PORTABLES STRICTEMENT ETEINTS**
**DUREE 2h**
**EXERCICE 1 (6 points)**

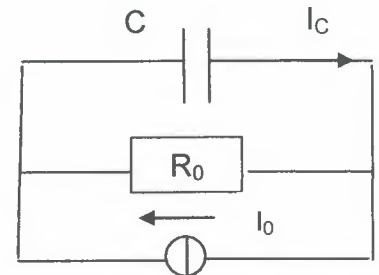
Le montage ci-contre est alimenté par un générateur de tension continue  $E = 15V$ . On cherche à calculer l'intensité  $I_R$  qui parcourt les résistances  $R_3$  et  $R_4$ .  
On prendra  $R_1 = 15\Omega$  ;  $R_2 = 10\Omega$  ;  $R_3 = 6\Omega$  ;  $R_4 = 3\Omega$



- 1) Exprimer littéralement et calculer les paramètres  $E_T$  et  $R_T$  du générateur de Thévenin équivalent au **dipôle  $\{E, R_1, R_2\}$** , vu des bornes **A et B**.
- 2) Faire le schéma électrique équivalent annoté auquel on aboutit.
- 3) Calculer  $I_R$ .
- 4) En utilisant la **division de courant**, calculer l'intensité  $I$ .

**EXERCICE 2 ( 7 points)**

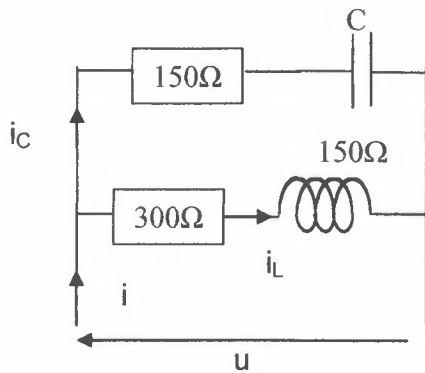
Le montage ci-contre représente la charge d'un condensateur de capacité  $C = 10\mu F$  à l'aide d'un électromoteur de courant de paramètres  $I_0 = 2,5mA$  et  $R_0 = 2k\Omega$ .



- 1) Transformer l'électromoteur de courant en son électromoteur de tension **équivalent** en précisant les valeurs de sa f.e.m  $E_T$  et de sa résistance interne  $R_T$ . Représenter le nouveau schéma électrique obtenu.
- 2) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la **charge q** du condensateur et la résoudre en considérant cette charge comme **nulle** à l' instant initial.
- 3) Calculer la constante de temps  $\tau$  du circuit et la valeur  $Q_f$  de la charge finale du condensateur.
- 4) Remplir le tableau suivant, après **l'avoir reproduit sur la feuille**, avec les valeurs numériques **manquantes** :

Valeur de t (ms)	t = 0	t = $\tau$		
Valeur de q ( $\mu C$ )	0		0,5 $Q_f$	0,95 $Q_f$

- 5) Tracer l'allure du graphe  $q = f(t)$ .

**EXERCICE 3 ( 7 points)**

Une bobine de **réactance**  $L\omega = 150\Omega$  et une résistance de  $300\Omega$  en série, sont montées en parallèle sur un ensemble série constitué d'un condensateur de capacité  $C = 5,3\mu F$  et d'une résistance de  $150\Omega$ . L'ensemble est soumis à la tension commune  $u$  alternative sinusoïdale  $u = 45\sqrt{10} \cos(200\pi t)$ .

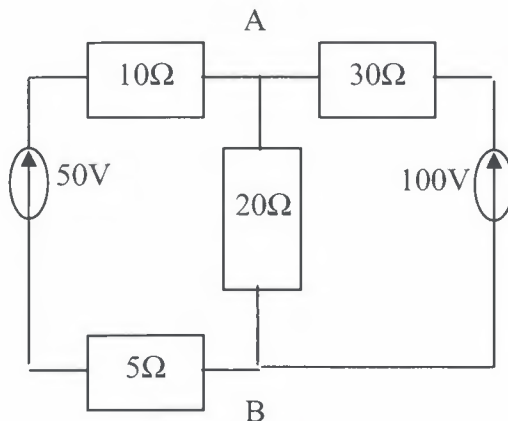
- 1) Calculer les impédances **complexes** de chaque branche.
- 2) En déduire les modules des intensités **efficaces**  $I_L$  et  $I_C$ , ainsi que leurs **déphasages** respectifs sur la tension  $U$ .
- 3) Calculer les puissances **active** et **réactive** du montage. De quel **type** est le montage ?
- 4) Que valent le **facteur de puissance** du montage et l'intensité **efficace** en ligne  $I$ ?

COURS, TD et DOCUMENTS INTERDITS

CALCULATRICES AUTORISEES

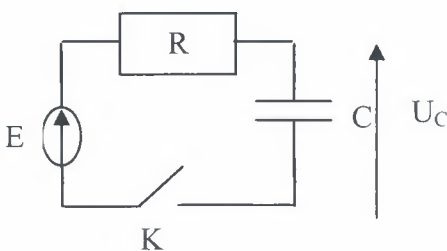
PORTABLES STRICTEMENT ETEINTS

DUREE 2h

**EXERCICE 1 (7 points)**


Dans le circuit ci-contre, on se propose de calculer l'intensité du courant circulant dans les différentes branches. Pour cela on voudrait commencer par calculer l'intensité dans la résistance de  $20\Omega$  en remplaçant le reste du circuit par son générateur de Norton équivalent.

- 1) Représenter le circuit initial en choisissant un sens et un nom pour tous les courants ainsi que le schéma électrique auquel on veut aboutir annoté avec  $I_N$ ,  $R_N$ , la résistance de  $20\Omega$ , le sens du courant qui la parcourt et celui de  $I_N$
- 2) Calculer les caractéristiques  $I_N$  et  $R_N$  du générateur de Norton équivalent au dipôle AB, vu des bornes de la résistance de  $20\Omega$ .
- 3) En utilisant la division de courant, calculer l'intensité du courant traversant la résistance de  $20\Omega$  puis la tension  $U_{AB}$ .
- 4) En déduire les intensités dans les autres branches du circuit initial.

**EXERCICE 2 (6 points)**


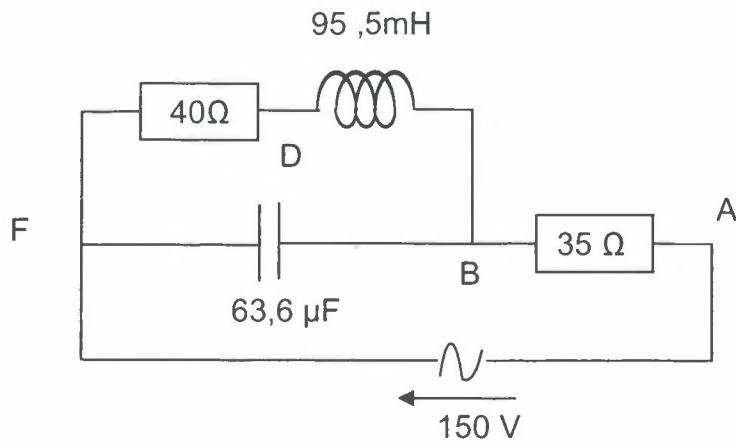
Un générateur de f.e.m.  $E$  alimente une résistance  $R$  montée en série avec un condensateur de capacité  $C$ . A l'instant  $t = 0$  où on ferme l'interrupteur  $K$ , la tension  $U_C$  aux bornes du condensateur vaut  $U_0$ .

On montre que la tension  $U_C$  aux bornes du condensateur évolue dans le temps suivant la loi :  $U_C = A - B e^{-t/\tau}$ .

- 1) Identifier dans cette équation les valeurs littérales de  $A$ ,  $B$  et  $\tau$  en fonction de  $E$ ,  $U_0$ ,  $R$  et  $C$ .
- 2) Application au principe du thermomètre : un thermomètre médical, gradué en  $1/10$  de degré, a une constante de temps  $\tau = 10$  s. Ce thermomètre dont la température initiale est  $\theta_0 = 19^\circ \text{C}$ , est utilisé par un malade dont la température est  $\theta_f = 39^\circ \text{C}$ . En considérant l'évolution de la température  $\theta$  dans le temps analogue à celle de  $U_C$  précédemment :
  - 21- Déterminer les valeurs numériques des constantes  $A$  et  $B$  de la loi  $\theta = A - B e^{-t/\tau}$ .
  - 22- Au bout de combien de temps, le thermomètre indiquera-t'il  $38,9^\circ \text{C}$  ?
  - 23- Justifier l'appellation « à la minute » portée par ce thermomètre.



### EXERCICE 3 ( 7 points)



On applique à la fréquence de 50Hz une tension de 150V entre les points A et F du circuit ci-dessus. Calculer :

- 1) Les impédances de la bobine et du condensateur.
- 2) L'impédance complexe équivalente au dipôle BF et l'impédance équivalente au montage.
- 3) L'intensité complexe du courant en ligne
- 4) La tension efficace entre les points A et D.

Calculatrices et téléphones portables interdits. Le seul document autorisé est une feuille manuscrite originale au format A4, recto/verso, sur laquelle vous aurez mis des notes personnelles (cours, TD, calculs, etc.)

**Exercice 1.**

- i) Calculer le développement limité de  $\cos(x)$  à l'ordre 2 en 0 (donner les détails du calcul).
- ii) Calculer le développement limité de  $e^x$  à l'ordre 2 en 0 (donner les détails du calcul).
- iii) Dédire des questions précédentes un développement limité à l'ordre 2 en 0 de  $\cos(2x) - e^{x^2}$ .
- iv) Calculer la limite en 0 de  $\frac{\cos(2x) - e^{x^2}}{x^2}$ .

**Exercice 2.** En utilisant les développements limités suivants,

$$\operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2} + x^2 \epsilon(x), \quad (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \alpha(\alpha-1) \frac{x^2}{2!} + x^2 \epsilon(x),$$

calculer le développement limité à l'ordre 2 en 0 de

$$\frac{\operatorname{ch}(x)}{(1+x)^{\frac{1}{2}}}.$$

**Exercice 3.**

- i) Soit la suite  $v_n = \frac{1+4n}{n(1+n^2)}$ . Montrer que la suite  $v_n$  est équivalente à  $4/n^2$ . En déduire la nature de la série de terme général  $v_n$ .
- ii) Soit  $s_n = 3^{-n}n^3$ . Calculer

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_{n+1}}{s_n}.$$

A l'aide du critère de d'Alembert, donner la nature de la série de terme général  $s_n$ .

**Exercice 4.**

- i) Calculer les primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = (2+x)^3, \quad g(x) = 2xe^{-x^2}, \quad h(x) = \frac{2x+4}{x^2+4x+5}.$$

- ii) Soit  $T > 0$  fixé. A l'aide d'une intégration par partie, calculer  $\int_0^T xe^{-(1+x)} dx$ . En déduire la nature de l'intégrale généralisée  $\int_0^{+\infty} xe^{-(1+x)} dx$ .
- iii) Vérifier que l'on a l'égalité  $\frac{1}{u(1+u)} = \frac{1}{u} - \frac{1}{1+u}$ . En déduire que pour tout  $b > 1$  on a,

$$\int_1^b \frac{1}{u(1+u)} du = \ln(b) - \ln(1+b) + \ln(2).$$

- iv) A l'aide du changement de variable  $u = e^x$  et de la question iii), calculer

$$\int_0^T \frac{dx}{1+e^x}.$$

En déduire que l'intégrale généralisée  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+e^x}$  est convergente et donner sa valeur.

Licence SI 1ère année - Examen MS21 (seconde session) - Durée : 2h00

*Calculatrices et téléphones portables interdits. Le seul document autorisé est une feuille manuscrite originale au format A4, recto/verso, sur laquelle vous aurez mis des notes personnelles (cours, TD, calculs, etc.)*

**Exercice 1.**

- i) Calculer le développement limité de  $\ln(1+x)$  à l'ordre 2 en 0 (donner les détails du calcul ; il ne sera pas donné de point en l'absence de justification).
- ii) En utilisant le développement limité en 0 suivant,

$$\sin(x) = x + x^2\epsilon(x),$$

donner un développement limité à l'ordre 2 en 0 de  $\ln(1-x) - \sin(2x)$ .

- iv) Calculer la limite quand  $x$  tend vers 0 de  $\frac{\ln(1-x) - \sin(2x)}{x}$ .

**Exercice 2.** En utilisant les développements limités suivants,

$$\operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2} + x^2\epsilon(x), \quad e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + x^2\epsilon(x),$$

Calculer le développement limité à l'ordre 2 en 0 de

$$\frac{\operatorname{ch}(x)}{e^x}.$$

**Exercice 3.**

- i) Soit la suite  $v_n = \frac{\sin(n)}{n(n+1)}$ . Montrer que la série de terme général  $v_n$  converge.
- ii) Soit  $w_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n n^{\frac{1}{2}}$ . A l'aide du critère de d'Alembert, donner la nature de la série de terme général  $w_n$ .
- iii) Montrer que la série  $\sum_{n=2}^{+\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$  est absolument convergente (on pourra utiliser un équivalent du terme général de la série)

**Exercice 4.**

- i) Calculer les primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = (x+3)^3, \quad g(x) = x \cos(x^2), \quad h(x) = \frac{2x+4}{x^2+4x+5}.$$

- ii) Soit  $T > 0$  fixé. A l'aide d'une intégration par partie, calculer

$$\int_0^T (1+x)e^{-x} dx.$$

En déduire la nature de l'intégrale généralisée  $\int_0^{+\infty} (1+x)e^{-x} dx$ .

- iii) Calculer :

$$\int_2^4 \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

S21 - Architecture I  
Examen de session 1 - Licence SI - Année 1  
17 mai 2017

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits -  
Le barème est donné à titre indicatif. Durée : 2 h.

**PARTIE 1**

Cette partie est notée sur 10 points, temps indicatif : 60 mn.

**EXERCICE 1. Architecture (3 pts)**

Une image numérique est une matrice de points de couleurs (ou pixels). Soit une image *noire et blanche* ayant une définition de  $1024 \times 512$  pixels.

- (1) Combien faut-il de bits pour coder un pixel noir ou blanc ? En déduire le nombre d'octets nécessaire pour coder l'image.
- (2) Combien de mot-mémoires occupe l'image en mémoire centrale dans le cas d'une architecture 32 bits ?
- (3) On code l'image en ne mémorisant que la position des pixels blancs (allumés). Combien de bits sont nécessaires pour coder respectivement l'abscisse et l'ordonnée d'un pixel blanc ? A partir de quel pourcentage de pixels blancs est-il préférable de revenir au codage brut initial ?

**EXERCICE 2. Ordinapoche (4 pts)**

On rappelle les instructions connues d'Ordinapoche :

Instruction	Signification
INP	lecture depuis le périphérique d'entrée
OUT	affichage sur le périphérique de sortie
CLA	mise à zéro d'ACC et addition
STO	stocke le contenu d'ACC à l'adresse fournie
ADD	addition
SUB	soustraction
SHT	décalage gauche puis droite de l'ACC
JMP	saut inconditionnel à l'adresse fournie
TAC	si ACC $\neq$ 0 alors saut à l'adresse fournie
HRS	fin de programme

Dans le jeu de Nim, 21 cailloux forment une rangée entre les deux joueurs. Quand le tour d'un joueur arrive, il peut enlever 1, 2 ou 3 cailloux, pourvu que son adversaire n'ait pas enlevé le même nombre de cailloux à son tour.

Le but de cet exercice est de simuler le respect de la règle énoncée ci-dessus. Le programme doit demander deux nombres  $n1$  et  $n2$  (on supposera que l'utilisateur ne rentre que les valeurs 1, 2 ou 3) et vérifier qu'ils sont différents. Il affiche 1 s'ils sont différents et 0 sinon.

**Attention** : l'Ordinapoche ne gérant que les entiers positifs, on ne peut pas soustraire les deux nombres entre eux.

La présentation ci-dessous doit être respectée à la lettre.

Adr.	Code	Instruction	Commentaires
00	020	INP $n1$	entrée au clavier de la valeur de $n1$

**EXERCICE 3.** Base de numération et codage (3 pts)

- (1) Donner la représentation binaire (en base 2) de l'hexadécimal  $N = (1CAFE)_h$ . Quelle est la taille en base 2 de  $N$  ?
- (2) Donner les représentations en base 8 de  $8^p - 1$  et de  $8^p$ .
- (3) Donner le codage sur 6 bits de 17. Donner le codage sur 6 bits de +17. Donner le codage sur 6 bits de -17 en complément logique.
- (4) Donner l'interprétation en décimal de la séquence binaire.

	non signé	signe + VA	compl. logique	compl. arithmétique
110				

## Partie 2

Cette partie contient 3 exercices et est notée sur 10 points. Temps indicatif : 60 mn

**Exercice 1 (3 points)** On veut réaliser un circuit ayant deux entrées de données  $A$  et  $B$ , et une sortie  $S$ . Le circuit possède également deux entrées de contrôle  $C$  et  $I$ . Le circuit doit fonctionner de la manière suivante :

- si  $C = 0$  :  $S$  reproduit l'entrée  $A$  si  $I = 1$  et  $\bar{A}$  si  $I = 0$ .
- si  $C = 1$  :  $S$  reproduit l'entrée  $B$  si  $I = 1$  et  $\bar{B}$  si  $I = 0$ .

Trouver l'équation simplifiée donnant  $S$  en fonction de  $A, B, C$  et  $I$ .

Faire le diagramme logique simplifié de ce circuit.

**Exercice 2 (1 point)** Qu'est-ce qu'un multiplexeur ?

**Exercice 3 (6 points)** : On veut réaliser un additionneur-soustracteur contrôlé ; on se donne un nombre positif  $A$ , codé en binaire naturel sur 2 bits, et un nombre positif  $B$ , codé en binaire naturel sur 1 bit.

Le système possède une entrée de contrôle  $C$  et une sortie  $S$  codée sur  $n$  bits.

On note  $A_0$  (resp.  $S_0$ ) le LSB (bit de poids faible) de  $A$  (resp.  $S$ ).

Le circuit doit fonctionner de la manière suivante :

- ✓ si  $C = 0$  :  $S$  est le résultat du calcul arithmétique  $A + B$ .
- ✓ si  $C = 1$  :  $S$  est le résultat du calcul arithmétique  $A - B$ .

Questions :

- Quelles valeurs décimales peut prendre  $A$  ? Quel codage correspond à chacune de ces valeurs ? (faire une table).
- Quelles valeurs décimales peut prendre  $B$  ? Quel codage correspond à chacune de ces valeurs ? (faire une table).

- Quelles valeurs décimales peut prendre  $S$  quand  $C = 0$  ? Quel codage correspond à chacune de ces valeurs ? (faire une table).
- Quelles valeurs décimales peut prendre  $S$  quand  $C = 1$  ? Comment doit-on coder  $S$  ? (ce résultat doit servir, ultérieurement à faire des calculs arithmétiques). Quel codage correspond à chacune de ces valeurs ? (faire une table).
- Que vaut  $n$  ?
- Faire la table de vérité donnant  $S$  (c'est-à-dire  $S_0, S_1, \dots$ ) en fonction des entrées.
- Construire, quand nécessaire, le tableau de Karnaugh associé à chacun des  $S_i$ .
- Tracer les regroupements appropriés et donner l'expression la plus simplifiée possible des  $S_i$ .
- Montrer que :
  1.  $S_0 = B_0 \oplus A_0$
  2.  $S_1 = A_1 \oplus (B_0 \cdot (A_0 \oplus C))$
  3.  $S_2 = B_0 \cdot (C \cdot \overline{A_0} \cdot \overline{A_1} + \overline{C} \cdot A_0 \cdot A_1)$

S21 - Architecture I  
Examen de session 2 - Licence SI - Année 1  
30 juin 2017

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits -  
Le barème est donné à titre indicatif. Durée : 2 h.

**PARTIE 1**

Cette partie est notée sur 10 points, temps indicatif : 60 mn.

**EXERCICE 1. Architecture (3 pts)**

Architecture de Von-Neumann

- (1) Quel est le rôle d'un bus ?
- (2) Quel est le rôle des registres communément appelés RI et CO ?
- (3) Quelle est la différence entre un mnémonique et une instruction machine ?
- (4) Dessinez un exemple simple d'architecture Von-Neumann.

**EXERCICE 2. Ordinapoche (4 pts)**

Écrire un programme ordinapoche qui produit la séquence des nombres 1, puis 1 et 2, puis 1, 2 et 3, pour revenir indéfiniment au début de la séquence. On utilisera obligatoirement les opérateurs arithmétiques de l'UAL. Rappel des instructions connues d'Ordinapoche :

Code	Instruction	Signification
0	INP	lecture depuis le périphérique d'entrée
1	OUT	affichage sur le périphérique de sortie
2	CLA	mise à zéro d'ACC et addition
3	STO	stocke le contenu d'ACC à l'adresse fournie
4	ADD	addition
5	SUB	soustraction
6	SHT	décalage gauche puis droite de l'ACC
7	JMP	saut inconditionnel à l'adresse fournie
8	TAC	si ACC $\neq$ 0 alors saut à l'adresse fournie
9	HRS	fin de programme

La présentation ci-dessous doit être respectée à la lettre.

Adr.	Code	Instruction	Commentaires
00	230	CLA <i>trois</i>	fréquence

**EXERCICE 3. Base de numération et codage (3 pts)**

- (1) Changement de base : un nombre s'écrit 753 en base 8. Comment s'écrit-il en base 16 ?
- (2) On dispose d'une machine travaillant sur des nombres binaires de longueur 8 (8 bits) en complément à deux. Faire manuellement ce que l'additionneur de la machine ferait automatiquement pour les opérations suivantes :  $99 + 35$  et  $-61 - 44$ . Donner les résultats obtenus en binaire et, en cas d'erreur, indiquer pourquoi.



## Partie 2

Cette partie contient 2 exercices et est notée sur 10 points. Temps indicatif : 60 mn

### Exercice 1 : questions de cours (4 points)

1. Donner le codage binaire « arithmétique » ou « complément à deux » d'un nombre  $A$  codé sur  $n = 3$  bits (faire un tableau à deux colonnes, l'une pour le codage binaire, l'autre la valeur décimale).
2. Faire l'étude d'un comparateur d'égalité de deux nombres  $A$  et  $B$  codés en complément à deux (on note  $A_0$  - resp.  $B_0$  - le bit de poids faible de  $A$  - resp.  $B$ -, etc...).

**Exercice 2 (6 points)** Un distributeur de boissons permet de distribuer du café (avec ou sans lait), du thé (avec ou sans lait) ou du lait seul.

Trois boutons  $U$ ,  $V$  et  $W$  permettent de commander le distributeur : « caf », « thé », « lait ».

Pour obtenir l'une de ces boissons, il faut appuyer sur le bouton correspondant. Pour obtenir une boisson avec du lait, il faut appuyer simultanément sur les boutons  $W$  et celui correspondant à la boisson choisie.

De plus, le distributeur ne fonctionne que si un jeton a été préalablement introduit dans la machine : on notera  $X$  la variable logique qui indique si c'est le cas.

Une fausse manipulation, comme par exemple appui simultané sur  $U$  et  $V$ , provoque la restitution du jeton. Le lait est gratuit et le jeton est restitué si du lait seul est choisi.

On note les fonctions logiques suivantes :  $J$  = restitution du jeton,  $C$  = distribution de café,  $T$  = distribution de thé et  $L$  = distribution de lait.

Attention, la fonction de restitution du jeton peut être indifféremment active ou non lorsqu'aucun jeton n'est introduit dans l'appareil.

Faire une table de vérité et trouver les expressions simplifiées de  $J$ ,  $C$ ,  $T$  et  $L$  en fonction de  $U$ ,  $V$ ,  $W$  et  $X$ .