

## Examen d'Optique Physique (P113)

### Seconde session

2015-2016

#### **Calculatrices et documents interdits**

Questions de cours : on veillera à donner des réponses le plus précises possible en faisant appel si nécessaire à un schéma

- 1) Décrire 3 sources de lumière.
- 2) Décrire 3 détecteurs de lumière.
- 3) Calculer en 1D l'intensité lumineuse diffractée par une fente sur un écran placé à l'infini.
- 4) Quelles sont les deux grandes familles de dispositifs interférométriques ? En donner pour chacune un exemple
- 5) Calculer l'interfrange dans l'expérience des fentes d'Young.
- 6) Décrire l'interféromètre de Michelson et ses différents modes d'utilisation.

#### Exercice 1 : Fentes d'Young et cohérence

- 1) Décrire le dispositif interférométrique à fentes d'Young
- 2) Calculer l'intensité lumineuse sur l'écran lorsque la source lumineuse est ponctuelle. Quel est le contraste ?
- 3) Calculer l'intensité lumineuse sur l'écran lorsque la source lumineuse a une largeur spatiale  $a$ . Quel est le contraste ?
- 4) Quelle perte de cohérence a t'on mis ainsi en évidence ?

On considère de nouveau le dispositif des fentes d'Young éclairé cette fois par une source ponctuelle. Cette source n'est pas monochromatique mais un doublet, c'est à dire qu'elle émet à 2 longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  très voisines.

- 5) Calculer l'intensité lumineuse sur l'écran.
- 6) Quelle perte de cohérence est cette fois mise en jeu ? Quel effet doit-on s'attendre sur le contraste ?

#### Exercice 2 : Réseau plan par transmission

- 1) Décrire un réseau plan par transmission
- 2) Quelle est la différence de chemin optique entre 2 rayons transmis par deux fentes successives ?
- 3) Calculer en notation complexe le champ électrique transmis.
- 4) En déduire l'intensité lumineuse



U.F.R. Sciences et Techniques

Année universitaire 2016-2017

Mercredi 29 juin 2016

Licence 1<sup>ère</sup> année de Physique-Chimie-Math-Biologie**- METHODES ET NOMENCLATURE (C122) –Session 2**

P. Merdy, V. Lenoble, F. Marsal

*Durée de l'épreuve : 2 heures. Ce sujet comporte 3 pages. Insérer ce sujet complété dans une copie cachetée. L'usage de la calculatrice est interdit. Aucun document n'est autorisé.*

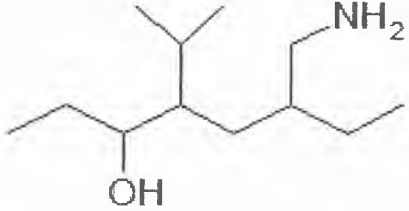
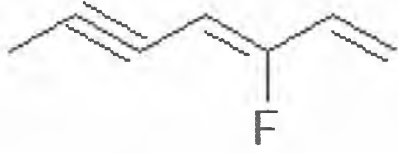
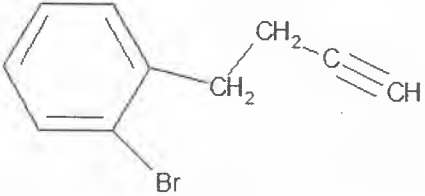
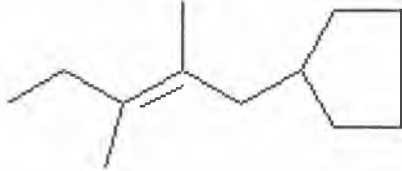
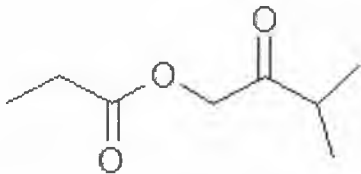
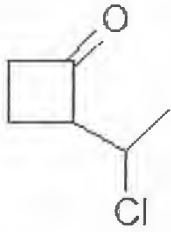
**Exercice 1 (8 points). Répondre directement sur le sujet**

Représentez les formules semi-développées des molécules suivantes et précisez la fonction principale (pour les amines et amides, indiquer la classe : I, II ou III) :

<p><b>a) N,N-diéthyl-5,6-diméthylheptan-2-amine</b>  <u>Fonction principale:</u></p>	<p><b>b) 2-propoxyhexane</b>  <u>Fonction principale:</u></p>
<p><b>c) cis 1-éthyl-2-iodocyclobutane</b>  <u>Fonction principale:</u></p>	<p><b>d) 3-bromo-3-hydroxypropanal</b>  <u>Fonction principale:</u></p>
<p><b>e) méta éthénylphénol</b>  <u>Fonction principale:</u></p>	<p><b>f) acide 3-nitro-4,6,7,8-tétraméthylundécanoïque</b>  <u>Fonction principale:</u></p>

**Exercice 2 (12 points). Répondre directement sur le sujet**

Donner le nom des composés suivants après avoir numéroté clairement la chaîne principale et identifié la fonction principale (l'entourer et la nommer. Indiquer la classe I, II ou III pour les amines et amides)

<p>a) <u>Fonction principale:</u></p> <p><u>Nom :</u></p> 	<p>b) <u>Fonction principale:</u></p> <p><u>Nom :</u></p> 
<p>c) <u>Fonction principale:</u></p> <p><u>Nom :</u></p>  <p><u>Positions sur le cycle :</u> <u>ortho</u>, <u>méta</u>, <u>para</u>. <i>(entourer la bonne réponse)</i></p>	<p>d) <u>Fonction principale:</u></p> <p><u>Nom :</u></p>  <p><u>Stereochimie de l'alcène :</u></p>
<p>e) <u>Fonction principale:</u></p> <p><u>Nom :</u></p> 	<p>f) <u>Fonction principale:</u></p> <p><u>Nom :</u></p> 

Acide carboxylique   Ester   Amide   Nitrile   Aldéhyde   Cétone   Alcool   Thiol   Amine I   Amine II   Amine III   alcènes   alcyne

**ordre de priorité croissante**





**Exercice 3 (20 points). Répondre directement sur le sujet**

1. A partir du nom donné, donner, successivement : la formule du sel lorsqu'il est dissout en solution aqueuse et la formule du sel cristallisé.

Exemple: chlorure de sodium : en solution aqueuse :  $Na^+ + Cl^-$ . Cristallisé : NaCl.

NOM	Ions en solution aqueuse	Formule du sel cristallisé
Nitrite de fer (III)		
sulfate de fer (III)		
hydrogénocarbonate de potassium		
sulfure d'ammonium		
hydroxyde de plomb(II)		
permanganate de nickel (II)		
hypochlorite de potassium		
perchlorate de calcium		

2. A partir de la formule du sel cristallisé, en donner le nom et indiquer clairement quels sont les ions qui le composent une fois dissout en solution aqueuse (anion et cation):

Exemple: NaCl : chlorure de sodium. En solution aqueuse :  $Na^+ + Cl^-$ .

Formule du sel cristallisé	Ions en solution aqueuse	NOM
NaF		
$Fe_2(SO_3)_3$		
$MgSO_4$		
CaS		
$Ca_3(PO_4)_2$		
$Ca(MnO_4)_2$		
$Ca(NO_3)_2$		
$Al_2(CO_3)_3$		

3 Préciser le nombre d'oxydation de l'élément iode, appartenant à la colonne des halogènes, dans les molécules et ions suivants, dont on donnera le nom (ceux en **gras** vous indiquent les références de noms) :

Ion ou molécule	Nombre d'oxydation de l'iode	Nom
I <sub>2</sub>		
I <sup>-</sup>		
IO <sup>-</sup>		
IO <sub>2</sub> <sup>-</sup>		
IO <sub>3</sub> <sup>-</sup>		
IO <sub>4</sub> <sup>-</sup>		

**Répondre sur copie séparée aux questions 4 et 5**

4 Donner le nom, et la formule chimique d'un **hydracide** et d'un **oxacide** minéraux (inorganiques) fréquemment utilisés au laboratoire. Chaque acide sera mis en solution dans l'eau et on précisera la formule et le nom du cation et de l'anion qui se forment au contact de l'eau.

5 Donner le nom, et la formule chimique de **deux bases** minérales (inorganiques), l'une étant uniquement sous forme ionique, l'autre étant essentiellement moléculaire.

Données :

## TABLEAU PÉRIODIQUE DES ÉLÉMENTS

PÉRIODE	GROUPE																			
	1 IA	2 IIA		3-10										11 IB	12 IIB	13 IIIA	14 IVA	15 VA	16 VIA	17 VIIA
1	<b>H</b> HYDROGÈNE 1 1.0079															<b>He</b> HÉLIUM 2 4.0026				
2	<b>Li</b> LITHIUM 3 6.941	<b>Be</b> BÉRYLLIUM 4 9.0122													<b>B</b> BORE 5 10.811	<b>C</b> CARBONE 6 12.011	<b>N</b> AZOTE 7 14.007	<b>O</b> OXYGÈNE 8 15.999	<b>F</b> FLUOR 9 18.998	<b>Ne</b> NÉON 10 20.180
3	<b>Na</b> SODIUM 11 22.990	<b>Mg</b> MAGNÉSIMUM 12 24.305													<b>Al</b> ALUMINIUM 13 26.982	<b>Si</b> SILICIUM 14 28.086	<b>P</b> PHOSPHORE 15 30.974	<b>S</b> SOUFRE 16 32.065	<b>Cl</b> CHLORE 17 35.453	<b>Ar</b> ARGON 18 39.948
4	<b>K</b> POTASSIUM 19 39.098	<b>Ca</b> CALCIUM 20 40.078	<b>Sc</b> SCANDIUM 21 44.956	<b>Ti</b> TITANE 22 47.867	<b>V</b> VANADIUM 23 50.942	<b>Cr</b> CHROME 24 51.996	<b>Mn</b> MANGANESE 25 54.938	<b>Fe</b> FER 26 55.845	<b>Co</b> COBALT 27 58.933	<b>Ni</b> NICKEL 28 58.693	<b>Cu</b> CUIVRE 29 63.546	<b>Zn</b> ZINC 30 65.39	<b>Ga</b> GALLIUM 31 69.723	<b>Ge</b> GERMANIUM 32 72.64	<b>As</b> ARSENIC 33 74.922	<b>Se</b> SÉLÉNIUM 34 78.96	<b>Br</b> BROME 35 79.904	<b>Kr</b> KRYPTON 36 83.80		
5	<b>Rb</b> RUBIDIUM 37 85.468	<b>Sr</b> STRONTIUM 38 87.62	<b>Y</b> YTTRIUM 39 88.906	<b>Zr</b> ZIRCONIUM 40 91.224	<b>Nb</b> NIOBIUM 41 92.906	<b>Mo</b> MOLYBDÈNE 42 95.94	<b>Tc</b> TECHNÉTIUM 43 (98)	<b>Ru</b> RUTHÉNIUM 44 101.07	<b>Rh</b> RHODIUM 45 102.91	<b>Pd</b> PALLADIUM 46 106.42	<b>Ag</b> ARGENT 47 107.87	<b>Cd</b> CADMIUM 48 112.41	<b>In</b> INDIUM 49 114.82	<b>Sn</b> ÉTAIN 50 118.71	<b>Sb</b> ANTIMOINE 51 121.76	<b>Te</b> TELLURE 52 127.60	<b>I</b> IODE 53 126.90	<b>Xe</b> XÉNON 54 131.29		
6	<b>Cs</b> CÉSURIUM 55 132.91	<b>Ba</b> BARYUM 56 137.33	<b>La-Lu</b> Lanthanoïdes 57-71	<b>Hf</b> HAFNIUM 72 178.49	<b>Ta</b> TANTALE 73 180.85	<b>W</b> TUNGSTÈNE 74 183.84	<b>Re</b> RHÉNIUM 75 186.21	<b>Os</b> OSMIUM 76 190.23	<b>Ir</b> IRIDIUM 77 192.22	<b>Pt</b> PLATINE 78 195.08	<b>Au</b> OR 79 196.97	<b>Hg</b> MERCURE 80 200.59	<b>Tl</b> THALLIUM 81 204.38	<b>Pb</b> PLOMB 82 207.2	<b>Bi</b> BISMUTH 83 208.98	<b>Po</b> POLONIUM 84 (209)	<b>At</b> ASTATE 85 (210)	<b>Rn</b> RADON 86 (222)		
7	<b>Fr</b> FRANCIUM 87 (223)	<b>Ra</b> RADIUM 88 (226)	<b>Ac-Lr</b> Actinoïdes 89-103	<b>Rf</b> RUTHÉRFORIUM 104 (261)	<b>Db</b> DUBNIUM 105 (262)	<b>Sg</b> SEABORGIUM 106 (266)	<b>Bh</b> BOHRLIUM 107 (264)	<b>Hs</b> HASSIUM 108 (277)	<b>Mt</b> MEITNERIUM 109 (268)	<b>Uun</b> UNUNUNIUM 110 (281)	<b>Uuu</b> UNUNUNIUM 111 (272)	<b>Uub</b> UNUNBIUM 112 (285)			<b>Uuq</b> UNUNQUADIUM 114 (289)					

6

I11: Contrôle terminal  
Licence 1 MATHS, MIASHS, PC, SI  
Programmation Python

---

**Jeudi 7 Janvier 2016 (semestre 1) - Durée : 2h00**

---

- Tous les documents, calculatrices et appareils de communication sont interdits.
  - Le barème est donné à titre indicatif
  - Tous les scripts devront être clairement indentés et les noms de variables choisis de façon appropriée (prenez exemple sur le script de l'exercice 3).
- 

**EXERCICE 1.** (3 points)

On considère la déclaration de variable suivante:

```
L=[3.14, "qui", 1-2j, (1,2,3), ["10","20","30","40","50"]]
```

Donner le type et la valeur des expressions suivantes:

```
L[2],          L[0]+float(L[-1][0]),      L[4][2]+L[4][3][0],  
L[3][:2],      L[1]+str(L[0]),            L[1::2]
```

**EXERCICE 2.** (2 pts)

Qu'affichera l'exécution du script suivant?

```
#debut                                #suite  
x=1                                    print(f(f(1)))  
                                       print(f("to"))  
  
def f(x):                               y=f(x)  
    x=x*2                                print(x)  
    return x                             print(y)
```

**EXERCICE 3.** (3 points)

On considère le script suivant :

```
ch=input("Entrer une phrase : ")  
mot=""  
list_mot=[]  
i=0  
while i<len(ch):  
    if ch[i]==" "  
        list_mot=list_mot+[mot]  
        mot=""  
    else:  
        mot=mot+ch[i]  
    i=i+1  
list_mot=list_mot+[mot]  
print(list_mot)
```

1. Faire une table des valeurs de ce script pour ch="Like a boss" sur le modèle suivant

i	i<len(ch)	mot	list_mot	Ecran

2. Que fait le script de manière générale?

**EXERCICE 4.** (4 points)

1. Écrire un script qui calcule et affiche la somme alternée des éléments d'une liste d'entiers prédéfinie. Par exemple, pour la liste [1, 2, 4, 9, 2, 7] le script calculera 1-2+4-9+2-7=-11.
2. Écrire un script qui affiche l'indice du dernier élément non nul d'une liste d'entiers prédéfinie. Par exemple, pour la liste [0, 1, 6, 0, 0, 1, 0, 0, 0] le script affichera 5.
3. On considère la liste prédéfinie prems=[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 53, 59, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97]. Écrire un script qui demande un entier n à l'utilisateur et crée la liste de tous les entiers plus petits que n divisibles par au moins un des nombres de la liste prems (inutile de réécrire la définition de la liste prems sur votre copie).

**EXERCICE 5.** (3 points)

On considère que le script et les fonctions suivantes sont écrits dans le même fichier.

1. Écrire une fonction factorielle(n) qui retourne  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 1) \times n$ .
2. Écrire une fonction binomial(n,k) qui retourne la valeur du coefficient binomial  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .
3. Écrire un script qui demande un entier n à l'utilisateur et affiche l'ensemble des coefficients du polynome  $(X + 1)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}X + \dots + \binom{n}{n-1}X^{n-1} + \binom{n}{n}X^n$ .

**EXERCICE 6.** (5 points)

On considère que le script et les fonctions suivantes sont écrits dans le même fichier. Un point du plan sera représenté par un tuple de deux flottants. Notons P un tel tuple, ses coordonnées x et y seront donc données respectivement par P[0] et P[1]. On définit la distance entre deux points  $P_1 = (x_1, y_1)$  et  $P_2 = (x_2, y_2)$  par

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

1. Écrire une fonction Distance(P1,P2) qui retourne la distance entre les points P1 et P2.
2. On décide de représenter un triangle par une liste de trois points. Écrire une fonction Perimetre(T) qui retourne le périmètre du triangle T.
3. Écrire une fonction EstEquilateral(T) qui retourne True si le triangle T est équilatéral et False sinon.
4. Écrire un script qui recherche dans une liste de triangles quelconques prédéfinie list\_triangle le triangle équilatéral ayant le plus grand périmètre et l'affiche.

COURS, TD et DOCUMENTS INTERDITS

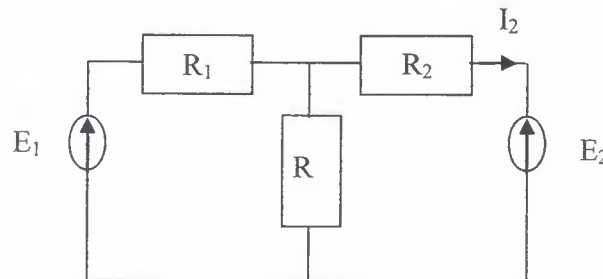
CALCULATRICES AUTORISEES

PORTABLES STRICTEMENT ETEINTS

DUREE 2h

**EXERCICE 1 (6 points)**

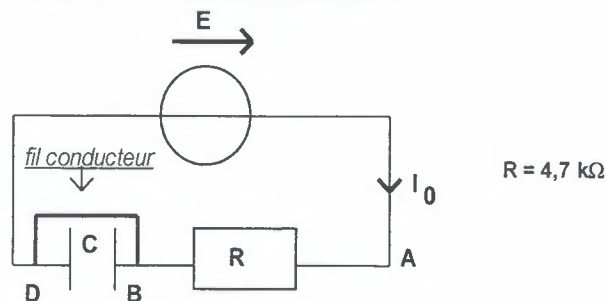
On considère le montage ci-dessous, où les deux générateurs  $E_1$  et  $E_2$  sont réversibles.



- 1) En utilisant le théorème de Thévenin, déterminer l'expression littérale du courant  $I_2$  qui circule dans la branche  $\{E_2, R_2\}$
- 2) A quelle condition sur  $E_2$ , le générateur de f.e.m.  $E_2$  fonctionne-t-il en récepteur ?
- 3) Calculer toutes les intensités circulant dans le montage ainsi que la tension commune, avec les valeurs numériques suivantes :  $E_1 = 60V$  ;  $E_2 = 45V$  ;  $R_1 = 10\Omega$  ;  $R_2 = \frac{5}{3}\Omega$  ;  $R = 5\Omega$ .  
Comment fonctionnent les deux générateurs ?

**EXERCICE 2 (7 points)**

1. On considère le circuit électrique ci-dessous comprenant un conducteur ohmique de résistance  $R = 4,7\text{ k}\Omega$ , un condensateur de capacité  $C$  et une alimentation stabilisée de tension à vide  $E$ . Un fil conducteur relie les bornes  $B$  et  $D$  du condensateur.

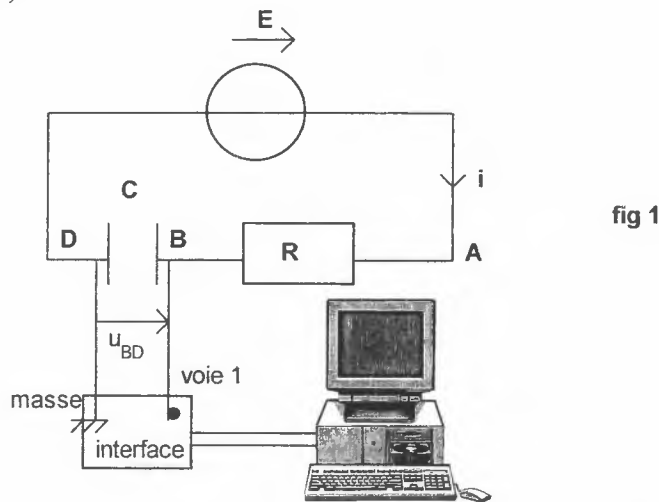


- 1.1 Que vaut la tension aux bornes du condensateur ?
- 1.2 Déterminer alors l'expression de l'intensité  $I_0$  du courant dans le circuit.



2. On se propose de suivre l'évolution de la tension  $u_{BD}$  aux bornes du condensateur, au cours du temps.

Un ordinateur est relié au circuit électrique par l'intermédiaire d'une interface d'acquisition de données (voir figure 1)



A la date  $t = 0$ , on enlève le fil conducteur aux bornes du condensateur. On enregistre alors la variation de la tension  $u_{BD}$  aux bornes du condensateur au cours du temps. L'acquisition de mesures étant terminée, on trace le graphe d'équation  $u_{BD} = f(t)$  (voir document 1).

2.1. Déterminer, à partir du document 1, la valeur de la tension E.

En déduire la valeur de l'intensité  $I_0$  du courant dans le circuit à  $t = 0$ .

2.2. Etablir que l'équation différentielle d'évolution de la tension  $u_{BD}$  au cours du temps est donnée par l'expression :

$$\frac{du_{BD}}{dt} + \frac{u_{BD}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Vérifier à partir de l'équation différentielle que la constante de temps du circuit  $\tau = RC$  est homogène à une durée.

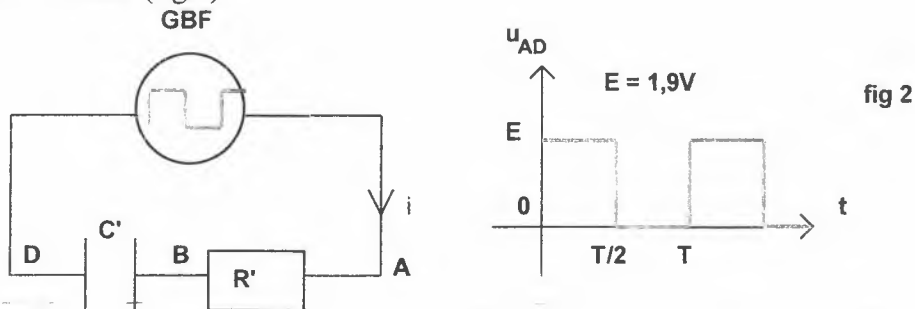
Résoudre l'équation différentielle dans les conditions d'étude.

2.3. En utilisant le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe  $u_{BD} = f(t)$  à l'instant de date  $t = 0$ , déterminer la constante de temps du circuit. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

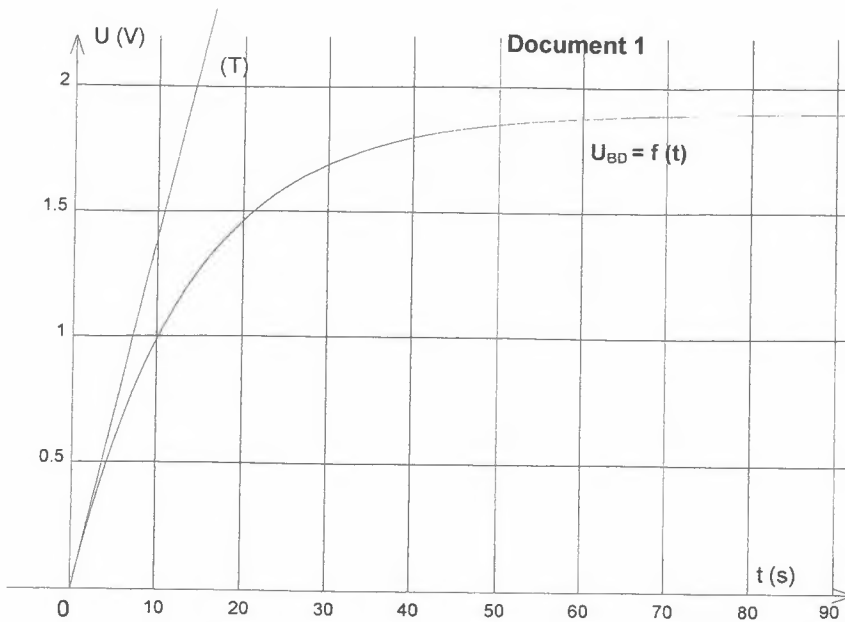
A partir du document 1, déterminer la durée au bout de laquelle on peut considérer que le condensateur est chargé. Comparer cette durée à la constante de temps  $\tau$  du circuit.

3. On désire visualiser sur un oscilloscope l'évolution de la tension  $u_{BD}$  aux bornes du condensateur lors de ses charges et décharges.

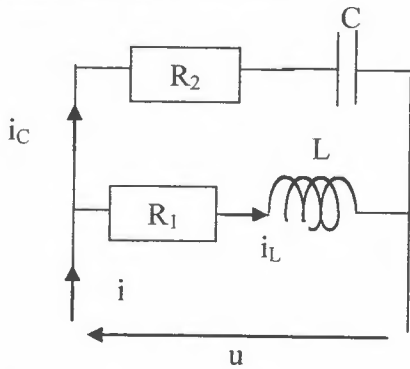
Le circuit électrique comprend maintenant un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension carrée  $u_{AD}$ , un condensateur de capacité  $C' = 10 \text{ nF}$  et un conducteur ohmique de résistance  $R' = 10 \text{ k}\Omega$ . (fig 2)



Déterminer la fréquence maximale de la tension délivrée par le GBF pour que le condensateur puisse se charger totalement.



**EXERCICE 3 ( 7 points)**



Une bobine d'inductance  $L = 0,2\text{H}$  et une résistance  $R_1 = 74\Omega$  en série, sont montés en parallèle sur un condensateur de capacité  $C = 21,5\mu\text{F}$  et une résistance  $R_2 = 128\Omega$  en série. L'ensemble est alimenté par un générateur de tension alternative :  $u = 148\sqrt{2} \cos(200\pi t)$ .

- 1) Calculer les impédances complexes de chaque branche (on arrondira à l'entier le plus proche les modules de toutes les impédances)
- 2) En déduire les valeurs complexes de toutes les intensités, leurs valeurs efficaces et leurs déphasages sur la tension.
- 3) Construire le graphe de Fresnel de ces intensités.
- 4) Calculer les puissances active et réactive du montage.
- 5) Que vaut le facteur de puissance du montage ?
- 6) On monte en parallèle sur le montage un condensateur de capacité  $C_0 = 4\mu\text{F}$ . Déterminer le nouveau facteur de puissance global et l'intensité efficace totale délivrée par le générateur.

**Licences Sciences de la Vie & Physique-Chimie - 1<sup>ère</sup> année**
**- Examen de "Chimie organique 2" (C222) -**

*Durée de l'examen : 2 heures.*

*Aucun document n'est autorisé.*

**Questions de cours (4 points)**

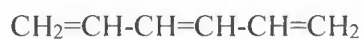
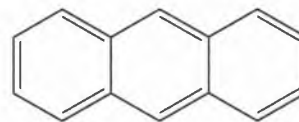
- Donner le profil énergétique d'une réaction  $S_N1$  exothermique en précisant notamment la position de l'état initial, ainsi que celle de l'état final, le nombre d'étapes élémentaires et leur vitesse, directement liée à leur énergie d'activation.  
Préciser si l'on passe par un intermédiaire réactionnel et, si oui, lequel ?  
Comment serait-modifié le profil énergétique dans le cas d'une réaction  $S_N1$  endothermique ?
- Donner le profil énergétique d'une réaction  $S_N2$  exothermique en précisant notamment la position de l'état initial, ainsi que celle de l'état final, le nombre d'étapes élémentaires et leur vitesse.  
Préciser si l'on passe par un intermédiaire réactionnel et, si oui, lequel ?  
Comment serait-modifié le profil énergétique dans le cas d'une réaction  $S_N2$  endothermique ?
- Préciser la charge partielle portée par l'atome de carbone dans les composés suivants : méthyllithium ( $CH_3Li$ ) et méthanal ( $CH_2O$ ).  
Quelle serait la façon la plus probable de créer entre ces deux composés une liaison covalente carbone-carbone ? Justifier la réponse par un schéma avec des flèches indiquant le déplacement de certains électrons.

*Données :* Electronegativité de quelques éléments chimiques dans l'échelle de Pauling :  
H : 2,20. Li : 0,98. C : 2,55. O : 3,44. F : 3,98.

**Exercice 2 (3 points)**

Les molécules suivantes sont-elles aromatiques ? Justifier votre réponse.


**A**

**B**

**C**

**D**
**Exercice 3 (3 points)**

Soit la molécule d'hexa-2,4-diène-2-ol :

- Représenter sa structure de Lewis,
- Dessiner toutes les formes limites qui correspondent à cette structure chimique,
- Discuter brièvement du poids de chaque forme limite et dessiner l'hybride de résonance,
- Cette molécule est-elle le siège d'un effet mésomère ? Si c'est le cas, indiquer sa nature.

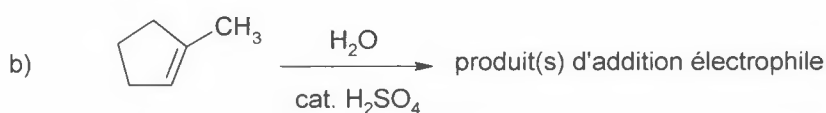
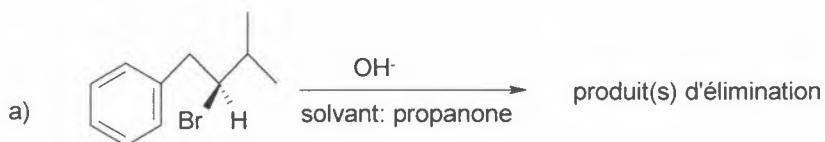
### Exercice 4 (2 points)

L'alanine ( $C_6H_5-NH_2$ ) est-elle une molécule plus basique que l'ammoniac ( $NH_3$ ) ? Justifier la réponse.

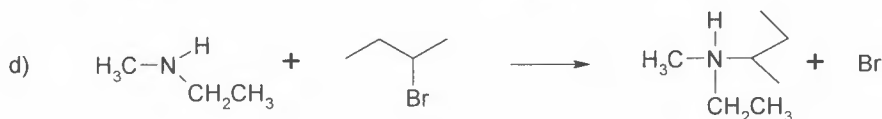
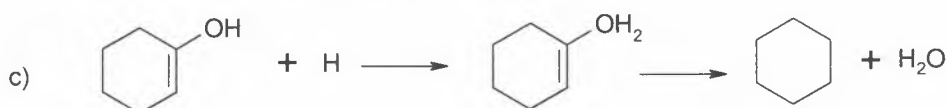
### Exercice 5 (4 points)

1- Dans les deux cas ci-dessous a) et b), dessiner les **produits** obtenus en précisant :

- 1.1- leur **stéréochimie**,
- 1.2- le **mécanisme** complet de la réaction,
- 1.3- lequel est **majoritaire** si plusieurs produits sont obtenus (justifier).



2- Compléter les réactions suivantes par les **charges** et les **doublets non liants** lorsqu'ils manquent (expliquer votre raisonnement) :



### Exercice 6 (4 points)

Soit la molécule (**2S, 3S**) **2-chloro-2,3-diphénylbutane** sur laquelle on fait réagir une solution d' $Ag(OH)$  dans le solvant éthanol.

- 1- Dessiner la molécule selon la représentation de **CRAM** afin de se conformer à la configuration absolue des carbones asymétriques.
- 2- Expliquer :
  - a. s'il s'agit d'une compétition  **$E_1/SN_1$  ou  $E_2/SN_2$** ,
  - b. pourquoi on ne peut pas envisager une compétition  $E_1/SN_2$  ou  $E_2/SN_1$ .
- 3- En ce qui concerne les produits obtenus à l'issue des réactions compétitives :
  - a. Ecrire les **mécanismes réactionnels** qui montrent l'ensemble des produits obtenus (selon le choix fait en 2b :  $E_1/SN_1$  ou  $E_2/SN_2$ ),
  - b. On précisera la **stéréochimie** de chaque molécule (*R, S, Z, E*).
- 4- Commenter la **sélectivité** des réactions SN et E envisagées (selon le choix fait en 2b) pour cette molécule.

## MP23 - L1 PC - Examen juin 2016

- ▷ Durée de l'épreuve : 2 heures.
- ▷ Ce sujet comporte 4 exercices indépendants.
- ▷ **Calculatrices et documents autorisés.**
- ▶ *On attachera le plus grand soin à la rédaction et à la présentation claire et lisible des résultats dont il sera tenu compte lors de la correction. Aucun raisonnement vague ou insuffisant ne sera pris en compte. Une grande valeur sera attribuée à la rigueur et à la concision des raisonnements.*
- ▶ Si une question pose problème, admettre le résultat et passer à la suivante.
- ▶ **Le texte est long, mais il n'est pas nécessaire de tout faire pour obtenir la note maximale. Le barème (dont le total est de 25 points) est donné à titre indicatif et est susceptible de varier.**

4 pts

**Exercice 1** (Développements limités)Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de classe  $\mathcal{C}^3$ .

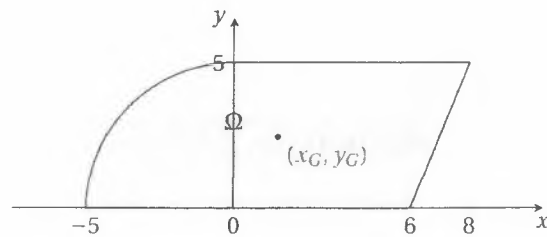
1. Écrire le DL en  $x_0$  de  $f$  à l'ordre 3.
2. En prenant  $x = x_0 \pm 2h$ , en déduire  $f(x_0 + 2h) - f(x_0 - 2h)$ .  
En prenant  $x = x_0 \pm h$ , en déduire  $f(x_0 - h) - f(x_0 + h)$ .
3. En déduire

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0 + h) + \frac{1}{2}f(x_0 + 2h) - \frac{1}{2}f(x_0 - 2h)}{h^3}.$$

6 pts

**Exercice 2**

Calculer les coordonnées du centre de gravité de la plaque homogène dessinée ci-contre.



5 pts

**Exercice 3** Soit  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction ainsi définie

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+2016)y^2}{(x+2016)^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (-2016, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (-2016, 0). \end{cases}$$

1. Calculer le gradient de  $f$  en tout point.
2. Étudier la continuité et la différentiabilité de  $f$  en  $(-2016, 0)$ .
3. Étudier la continuité du gradient.

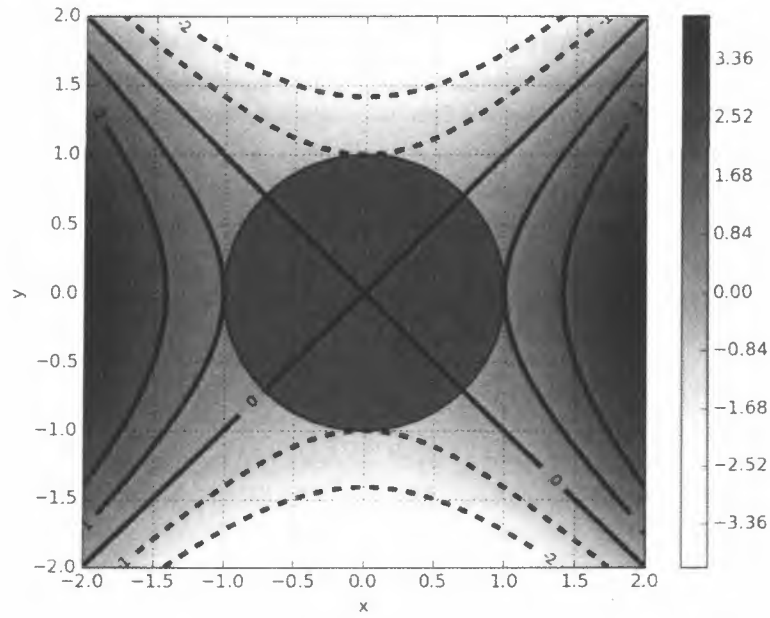
Justifier chaque réponse.

10 pts

**Exercice 4** (Optimisation dans un fermé : optimisation libre et liée)

On se propose de déterminer les extrema de la fonction  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x, y) = x^2 - y^2$  dans le disque  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

- 1. Étude **graphique** : dans la figure ci-dessous on a tracé les courbes de niveau  $-2; -1; 0; 1; 2$  de  $f$  ainsi que le disque. En déduire l'emplacement et la nature des 5 points critiques.



- 2. Étude dans l'**ouvert**  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$  : montrer qu'il existe un seul point critique et en étudier la nature.
- 3. Étude du **bord** du disque  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$  :
  - 3.1. en utilisant la méthode des **multiplicateurs de Lagrange**, montrer qu'il existe quatre points critiques sous contrainte et étudier la nature d'un des quatre ;
  - 3.2. en posant  $x = \cos(\vartheta)$  et  $y = \sin(\vartheta)$ , écrire  $\tilde{f}(\vartheta) \stackrel{\text{def}}{=} f(\cos(\vartheta), \sin(\vartheta))$  et utiliser la méthode de **réduction** pour montrer qu'il existe quatre points critiques sous contrainte et en étudier la nature.

MECANIQUE STATIQUE - MODULE  
 Examen de Mai 2016

*L'utilisation des calculatrices est interdite.*

Les deux exercices proposés sont indépendants

**Exercice 1 : Etude d'un équilibre**

Relativement au repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  (avec  $\vec{j}$  vertical ascendant),  $\vec{g} = -g\vec{j}$  désigne l'accélération de la pesanteur. On considère un système  $\Sigma$ , situé dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , constitué de deux solides homogènes :

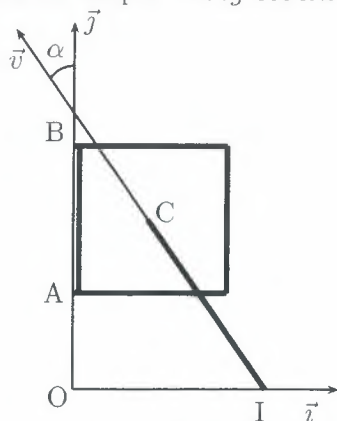
- Une tige  $\mathcal{B}$  de masse  $m$  de longueur  $\ell$ , d'extrémités  $C$  et  $I$  et de centre  $G$ .
- Une plaque carrée  $\mathcal{S}$  de même masse  $m$ , de côté  $a$ , et de centre  $C$ .

La position de la barre  $\mathcal{B}$  est définie par le vecteur unitaire  $v$  tel  $\vec{IC} = \ell v$ , on introduit  $\vec{u}$  le vecteur unitaire tel que  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{k})$  soit une base orthonormée directe et on désigne par  $\alpha$  l'angle  $(\vec{i}, \vec{u})$  mesuré autour de  $\vec{k}$ .

La barre  $\mathcal{B}$  est astreinte à rester en contact au point  $I$  avec l'axe  $O\vec{i}$ . Ce contact obéit à une loi de Coulomb de coefficient  $f$  et on note  $T\vec{i} + N\vec{j}$  la réaction du sol au point  $I$ .

La plaque  $\mathcal{S}$ , quant à elle, reste en contact sans frottement avec l'axe  $O\vec{j}$  aux points  $A$  et  $B$ . On note  $R_a\vec{i}$  et  $R_b\vec{i}$  les réactions aux points  $A$  et  $B$ .

La barre et la plaque sont en liaison sphérique au point  $C$  et on suppose que la plaque exerce sur la barre un couple  $-m\ell g \cos \alpha \vec{k}$



1. Rappeler la condition d'équilibre d'un solide et la condition d'équilibre d'un système de solides.
2. Ecrire au point  $C$  le torseur des efforts qui s'exercent sur la barre  $\mathcal{B}$ , sur la plaque  $\mathcal{S}$  et sur le système.
3. Ecrire les équations d'équilibre du système  $\Sigma$ .
4. Calculer  $N$  et  $T$  en fonction de  $\alpha$ .
5. Montrer que  $R_a - R_b = -\frac{2m\ell g}{2a} \cos \alpha$ . En déduire  $R_a$  et  $R_b$  en fonction de  $\alpha$ .
6. Rappeler la loi de Coulomb et donner une condition sur le coefficient de frottement  $f$  pour qu'un équilibre soit possible

7. Montrer que lorsque le contact en  $I$  a lieu sans frottement, on a  $\sin\alpha = \pm \frac{2\sqrt{13}}{13}$

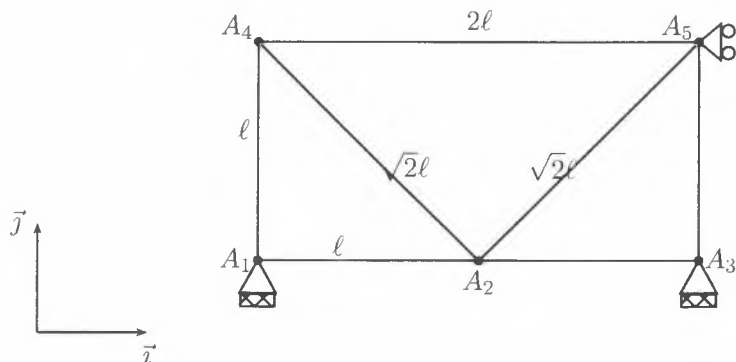
**Exercice 2 : Etude d'un treillis**

Dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère le treillis élastique plan schématisé ci-dessous. Toutes les barres ont la même section  $S$ . **Le module d'Young des barres  $A_2A_4$  et  $A_2A_5$  est égal à  $\sqrt{2}E$** , tandis que celui de toutes les autres barres est égal à  $E$ .

Les noeuds  $A_1$  et  $A_3$  sont en appui fixe, le noeud  $A_5$  est mobile dans la direction  $\vec{j}$  et les noeuds  $A_2$  et  $A_4$  sont mobiles.

Les barres  $A_2A_4$  et  $A_2A_5$  sont de longueur  $\sqrt{2}\ell$ .  
Toutes les autres barres sont de longueur  $\ell$ .

Une charge  $-\frac{5}{2}F\vec{j}$  est appliquée au noeud  $A_2$ , une charge  $-F\vec{i}$  est appliquée au noeud  $A_4$  et une charge  $2F\vec{j}$  est appliquée au noeud  $A_5$ .



On note  $T_{ij}$  la tension qui règne dans la barre  $A_iA_j$ . Dans cet exercice on ne cherchera pas à calculer les réactions aux appuis.

1. Donner le degré de staticité du treillis (justifier la réponse).
2. Rappeler la définition du système cinématique. Ecrire les équations du système cinématique et exprimer les déplacements aux noeuds en fonction des allongements relatifs des barres.
3. Montrer que  $T_{23} = -T_{12}$  et  $+2T_{12} + 2T_{45} + T_{14} - 3T_{35} + \sqrt{2}T_{25} = \sqrt{2}T_{24}$   
Comment s'appelle ces relations. A quoi servent-elles ?
4. Rappeler la définition du système statique. En écrire les équations. En déduire les tensions dans les barres. Préciser pour chacune d'entre elles si elles sont en traction ou en compression.
5. Exprimer alors les déplacements des noeuds en fonction de  $F, \ell, E$  et  $S$ .