

Electromagnétisme (P411)
Examen de première session, 2 juin 2010

Durée 2h. Documents et calculatrices interdits

1 Electrostatique: potentiel de Yukawa

On modélise habituellement le potentiel électrostatique d'un atome d'hydrogène placé à l'origine par un potentiel à symétrie sphérique, dit de Yukawa (physicien japonais, prix Nobel 1949):

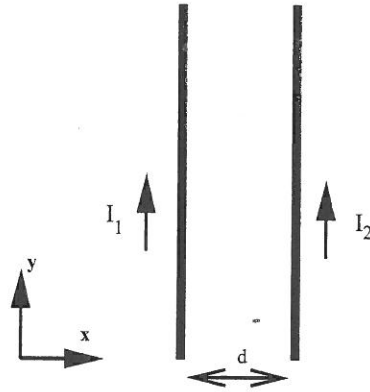
$$V(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \exp(-R/a),$$

où q et a sont deux constantes positives, et R est la distance à l'atome.

1. Déterminer le champ électrostatique $\mathbf{E}(\mathbf{R})$ correspondant à ce potentiel. Qu'obtient-t'on pour $R \ll a$ et $R \gg a$? Comment interpréter la constante a ?
2. Calculer le flux de ce champ à travers une sphère de rayon R centrée à l'origine.
- 3.* En utilisant le théorème de Gauss, montrer que ce flux est équivalent à celui produit par une charge ponctuelle $+q$ placée à l'origine et une distribution volumique radiale de signe opposée, $\rho(R)$, que l'on déterminera. Cette distribution est interprétée comme la contribution du nuage électronique de l'atome.
Indication: On écrira la charge totale $Q_{int}(R)$ contenue dans cette sphère en fonction de ρ et q et on considèrera $dQ_{int}(R)/dR$.

2 Définition de l'Ampère

1. (Question préliminaire). Quel est le champ magnétostatique produit en tout point de l'espace par un fil rectiligne infini, de section circulaire négligeable, parcouru par un courant continu d'intensité I ? On détaillera les étapes de ce calcul classique et on introduira les coordonnées, les axes et les vecteurs nécessaires, en illustrant le tout par un schéma.
2. On considère maintenant deux conducteurs rectilignes, de longueurs infinies et de section circulaire négligeable, placés dans le vide. Ces deux conducteurs sont parallèles et situés à une distance d l'un de l'autre. Ils sont parcourus par des courants algébriques d'intensité I_1 et I_2 , respectivement.
 - (a) Calculer la force de Laplace $\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}$ exercée par le premier fil sur un élément de longueur L du deuxième fil.
 - (b) Que peut-on dire de $\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1}$?
 - (c) Discuter le résultat suivant les signes de I_1 et I_2 (4 possibilités).
 - (d) Comparer ce résultat avec la force électrostatique s'exerçant entre deux charges ponctuelles. Commentaire?
 - (e) La définition de l'Ampère dans le Système International est la suivante: "1 Ampère est l'intensité d'un courant électrostatique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et situés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ Newton par unité de longueur."
Montrer que cette définition fixe la valeur de la constante μ_0 .

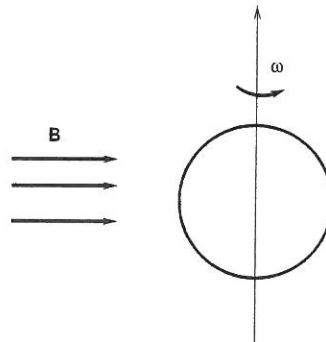


3 Induction: bobine tournante

Une bobine plate, circulaire, de rayon r , comportant N spires, tourne autour d'un axe fixe contenu dans son plan à une vitesse angulaire constante ω .

1. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme et constant dans le temps \mathbf{B} , perpendiculaire à l'axe de rotation. A $t = 0$, \mathbf{B} est perpendiculaire au plan de la bobine. Calculer le courant induit, R étant le résistance totale du circuit contenant la bobine.
- 2.* Si ce champ magnétique \mathbf{B} n'est plus constant dans le temps, le déterminer pour que le courant induit soit nul à tout instant. On considèrera deux cas:
 - (a) \mathbf{B} a la direction constante ci-dessus et une amplitude variable.
 - (b) \mathbf{B} a une amplitude constante et une direction variable.

On négligera l'inductance propre du circuit.



4 Ondes électromagnétiques

1. Rappeler les équations de Maxwell temporelles dans le vide pour les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} , en l'absence de charges et de courants.
2. En déduire que le champ électromagnétique vérifie l'équation d'onde. Quelle est la conséquence fondamentale de cette équation ?
3. Définir l'onde plane monochromatique. Montrer, avec un minimum de développements, qu'une telle onde électromagnétique est transverse.

Barème indicatif: 6+5+6+5. Les question marquées d'un astérisque sont moins classiques et représentent un bonus. La note peut donc en principe dépasser 20.